Mathematik 2 für ChemikerInnen im Sommersemester 2020
8. Übungsblatt

36. Bestimmen Sie jeweils Matrizen S und T so, dass $S^{-1}AS$ und $T^{-1}BT$ Diagonalmatrizen sind, wenn dies möglich ist. (Vergleiche auch letztes Übungsblatt.)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

37. Es sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ eine Funktion mit $f(x, y) = x^4 - x^2 + 2xy + y^2$.

    Berechnen Sie alle kritischen Punkte (grad $f = 0$) der Funktion, mit Angabe, welche Art von Punkte jeweils vorliegt (Minimum, Maximum, Sattelpunkt?)

38. (a) Es sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ eine Funktion mit $f(x, y, z) = x^2 + xy + y^4 - yz + z^2$. Dies kann umgeformt werden zu $f(x, y, z) = (x + \frac{y}{2})^2 + (\frac{y}{2} - z)^2 + y^4 - \frac{y^2}{2}$. Hieraus können Sie direkt die größtmögliche Konstante C angeben, so dass $f(x, y, z) \geq C$ für alle $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ gilt.

    (b) Berechnen Sie nun alle kritischen Punkte (grad $f = 0$) der Funktion, mit Angabe, welche Art von Punkt jeweils vorliegt. (Hinweis: es gibt drei kritische Punkte).

39. Welcher Punkt der Fläche $z = x^2 + y^2$ liegt dem Punkt $(1, 1, \frac{1}{2})$ am nächsten? (Welche Funktion wählen sie, die den Abstand festlegt, und einfach zu minimieren ist?)

40. Es sei $0 \leq x \leq 100, \quad 0 \leq y \leq 100, \quad 0 \leq z \leq 100$. Finden Sie den Quader mit Seitenlängen x, y, z, mit maximalem Volumen, wenn die Oberfläche $2(xy + xz + yz) = 96$ konstant ist.

41. Für ein chemisches Experiment planen Sie einen schwimmbadähnlichen Tank, den Sie mit einem teuren Material ausstatten. (Sie müssen das rechteckige Schwimmbad am Grund und den 4 Seiten aber nicht oben (also zusammen 5 Flächen) mit dem Material ausstatten). Wie können Sie diese teure Fläche minimieren, wenn der Tank 32 Kubikmeter Volumen haben soll?

42. Bestimmen Sie das Minimum der Funktion $f : (\mathbb{R}_+)^3 \to \mathbb{R}, f(x, y, z) = x + 2y + 3z$ mit der Nebenbedingung $xyz = 36$.

Abgabe 15.5.2020
Bitte wie üblich bis Freitag 8.00 Uhr ankreuzen, und bis 10.00 die Lösungen hochladen. Beachten Sie bitte, dass Sie bitte Ihre Lösung ab jetzt nur in Form von **einem pdf** file hochladen können. (File Obergrenze ist 100MB, auch wenn 10MB sicher problemlos reichen sollte.)