Name		Vorname		Fachrichtung	Fachsemester
Matrikel-Nr.		Punkte	Bonuspunkte	Summe	Note
(K1)	(K2)	(K3)	(K4)	(K5)	(K6)

☐ *Ggf. ankreuzen : Mit Aushang des Ergebnisses unter meiner Matrikel-Nr. bin ich einverstanden.*

Technische Universität Clausthal
Institut für Mathematik
Prof. Dr. L. G. Lucht
Dr. C. Elsholtz

WS 2000/2001
17. Februar 2001

Klausur zur Ingenieurmathematik I
(Intensivstudiengang Maschinenbau)

Wählen Sie von den nachstehenden sechs Aufgaben vier zur Bearbeitung aus.

(K1) Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$ mit $\cos(2x) = \sin x$.

(K2) Berechnen Sie die komplexen Nullstellen des Polynoms $f(z) := z^4 - 6z^2 + 25$.
Hinweis : Die Nullstellen liegen in $\mathbb{Z} + i\mathbb{Z}$.

(K3) Zeigen Sie durch Induktion, daß die Ungleichung

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}} < 2\sqrt{n}$$

für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt.
Hinweis : $(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = a - b$.

(K4) Im $\mathbb{R}^3$ seien der Punkt $P = (4, 2, 4)$, die Ebene $\mathcal{E}$ durch

$$A = (-1, 1, 3), \; B = (-2, 3, 3), \; C = (-1, -5, 0)$$

und das Dreieck Δ mit den Eckpunkten A, B, C gegeben. Berechnen Sie

(a) den Schwerpunkt S und die Fläche F von Δ,

(b) den Abstand d und den Fußpunkt L des Lotes von P auf $\mathcal{E}$.

Bitte Rückseite beachten!

(K5) Bestimmen Sie die Konstante $\alpha \in \mathbb{R}$ so, daß das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x + y + \alpha z &= 2 \\ 3x + 4y + 2z &= \alpha \\ 2x + 3y - z &= 1 \end{aligned}$$

(a) genau eine Lösung besitzt,

(b) mehr als eine Lösung besitzt,

(c) keine Lösung besitzt.

Bestimmen Sie die Lösung im Fall (a) und alle Lösungen im Fall (b).

(K6) Der linearen Abbildung $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ entspreche hinsichtlich der Standardbasis des $\mathbb{R}^3$ die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die Eigenwerte von φ und geben Sie eine zu A ähnliche Diagonalmatrix D an.

(b) Berechnen Sie einen Eigenvektor $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$, für den $\vec{x}\,\varphi(\vec{x}) < 0$ gilt.