

Ingenieurmathematik I 8. Übungsblatt

(P1) Berechnen Sie Real- und Imaginärteil der komplexen Zahlen

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad z_1 &= 2(1 - i) + 3(2 + i), & \text{(b)} \quad z_2 &= \frac{1}{i}, \\ \text{(c)} \quad z_3 &= \frac{1}{1 - \sqrt{3}i}, & \text{(d)} \quad z_4 &= \frac{(-2+5i)(1+3i)}{2+3i} - \left(\frac{2}{13} - \frac{3}{13}i\right). \end{aligned}$$

(P2) Berechnen und skizzieren Sie in der komplexen Zahlenebene die Menge aller $z \in \mathbb{C}$ mit

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad |z - z_0| < R, & \quad \text{(b)} \quad 1 \leq |z| < 3, & \quad \text{(c)} \quad \frac{3\pi}{4} < \arg z < \pi, \\ \text{(d)} \quad \operatorname{Im}(z^2) \geq \operatorname{Im} z, & \quad \text{(e)} \quad \operatorname{Im}(z^2) \geq 2. \end{aligned}$$

(P3) (a) Berechnen Sie sämtliche komplexen dritten Wurzeln aus $4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i$. Geben Sie das Ergebnis sowohl in Polarkoordinaten als auch in kartesischen Koordinaten an. Skizzieren Sie die Lösung in der Gaußschen Ebene.

(b) Berechnen Sie analog die komplexen vierten Wurzeln aus $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}i$.

(H1) Berechnen und skizzieren Sie die Menge aller $z \in \mathbb{C}$ mit:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad |z - z_0| \geq R, & \quad \text{(b)} \quad |z - 2| < |z|, & \quad \text{(c)} \quad \operatorname{Re}(z^2) = 0, \\ \text{(d)} \quad \operatorname{Re} z = 2 \operatorname{Im} z + 1, & \quad \text{(e)} \quad |z + i| + |z - i| \leq 4. \end{aligned}$$

(H2) Es seien $z, w, z_1, z_2 \in \mathbb{C}$. Rechnen Sie nach, daß

$$|z + w|^2 + |z - w|^2 = 2(|z|^2 + |w|^2) \quad (*)$$

gilt. Folgern Sie dann mit der Gleichung (*):

- (a) Aus $|z_1 + z_2| \leq 1$ und $|z_1 - z_2| \leq 1$ folgt $|z_1|^2 + |z_2|^2 \leq 1$.
(b) Aus $|z_1|^2 + |z_2|^2 \leq 1$ folgt $|z_1 - z_2| \leq 1$ oder $|z_1 + z_2| \leq 1$.
(c) Gilt die Umkehrung zu (a)?

Name	Vorname	Fachrichtung	Fachsemester	Ü-Gruppe	Punkte

Technische Universität Clausthal
 Institut für Mathematik
 Prof. Dr. L. G. Lucht
 Dr. C. Elsholtz

WS 2000/2001

Ingenieurmathematik I 8. Hausübungsblatt

(H1) Berechnen und skizzieren Sie die Menge aller $z \in \mathbb{C}$ mit:

- (a) $|z - z_0| \geq R$, (b) $|z - 2| < |z|$, (c) $\operatorname{Re}(z^2) = 0$,
 (d) $\operatorname{Re} z = 2 \operatorname{Im} z + 1$, (e) $|z + i| + |z - i| \leq 4$.

(H2) Es seien $z, w, z_1, z_2 \in \mathbb{C}$. Rechnen Sie nach, daß

$$|z + w|^2 + |z - w|^2 = 2(|z|^2 + |w|^2) \quad (*)$$

gilt. Folgern Sie dann mit der Gleichung (*):

- (a) Aus $|z_1 + z_2| \leq 1$ und $|z_1 - z_2| \leq 1$ folgt $|z_1|^2 + |z_2|^2 \leq 1$.
 (b) Aus $|z_1|^2 + |z_2|^2 \leq 1$ folgt $|z_1 - z_2| \leq 1$ oder $|z_1 + z_2| \leq 1$.
 (c) Gilt die Umkehrung zu (a)?

Abgabe der Lösungen

mit diesem Deckblatt vor Ihrer kleinen Übung in der Woche vom Dienstag 12.12. bis Donnerstag 14.12.2000.