11. (a) In Ihrem Lieblingssupermarkt gibt es genau drei verschiedene Obstsorten. Sie wollen genau n Obststücke kaufen. Der Markt hat von jeder Obstsorte mehr als n Obststücke. Zeigen Sie, dass es

$$\frac{n!}{k_1!k_2!(n-k_1-k_2)!}$$

Möglichkeiten gibt, k_1 Stücke der ersten Sorte, k_2 der zweiten Sorte und $n - k_1 - k_2$ Stücke der dritten Sorte auszuwählen, (wobei die Reihenfolge egal sei).

(b) Man finde eine zum binomischen Lehrsatz analoge Formel für $(x + y + z)^n$.

12. Die Menge $\mathcal{P}(\mathcal{M}) := \{\mathcal{T} \mid \mathcal{T} \subseteq \mathcal{M}\}$, d.h. die Menge aller Teilmengen der Menge $\mathcal{M}$, heißt Potenzmenge der Menge M. Für eine endliche Menge M mit $|M| = n$ bestimme man (mit Begründung) $|\mathcal{P}(\mathcal{M})|$.

13. Zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$:

(a) $\displaystyle\sum_{l=0}^{n} \binom{n}{l} = 2^n$

(b) $\displaystyle\sum_{l=0}^{n} (-1)^l \binom{n}{l} = 0$

(c) $\displaystyle\sum_{l=0}^{n} l \binom{n}{l} = n2^{n-1}$

14. Sind die folgenden Folgen konvergent? Geben Sie gegebenenfalls den Grenzwert an. Ebenso, wenn ein Grenzwert g existiert, geben Sie für alle $\varepsilon > 0$ ein N_ε and, so dass für alle $n \geq N_\varepsilon$ gilt $|a_n - g| < \varepsilon$.

(a) $a_n = \dfrac{(n+1)(n^2-1)}{(5n-1)(4n^2+1)}$,

(b) $b_n = \dfrac{(n+1)(n^3-1)}{(2n^2+1)(3n+1)}$.

(c) $c_n = \dfrac{(n^2+1)(3n^2+1)}{(2n^2+3)(2n^2+1)}$.

Hinweise: Versuchen Sie erst einmal die obigen Aufgaben, ohne die Hinweise unten zu lesen.

zu 11) Eine Induktion, die noch aufwendiger wird als der binomische Lehrsatz, ist hier nicht gefordert. Man kann kombinatorisch argumentieren.
zu 12) gibt es viele richtige Lösungswege.
Ebenso bei 13. 13 a) und b) kann man sicher mit Induktion oder mit dem binomischen Satz $(x + y)^n = \ldots$ beweisen.
Bei 13b). Falls n ungerade ist, sehen Sie eine weitere (sehr einfache) Erklärung?