

38. Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Ausdrücke:

$$(a) \frac{ax+b}{cx+d} \quad (b) \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^n \text{ für } n \in \mathbb{N} \quad (c) \ln \frac{ax+b}{cx+d}$$
$$(d) (1+e^x)^4 \ln(x + \sin^2(\frac{1}{x^2})) \quad (e) 2^{x^2 \cos x} \quad (f) x^x \quad (g) (x^x)^x \quad (h) x^{x^x}$$

39. Zeigen Sie die folgende Ungleichung:

$$(1+x)^\alpha > 1 + \alpha x, \text{ wenn } x > -1, x \neq 0, \alpha > 1.$$

(Hinweis: Man betrachte die Funktion $(1+x)^\alpha - 1 - \alpha x$).

40. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x(1 - \cos x)}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^\alpha - 1}{\ln x},$$
$$(c) \lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x}}, \quad (d) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\tan x}.$$

Arbeiten Sie Satz 4.2.1. und Satz 4.2.2. mit Beweis durch! (nicht zum Vortrag in der Übung.)