1. Test Analysis T1a, 7.11.2014, A

Name, Vorname	Matr.nummer	Fachrichtung

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$	A
Max. Punkte	2	7	6	5	20	
bearbeitet ? bitte ankreuzen!						
erreichte Punkte						

BEGINNEN SIE ALLE AUFGABEN AUF JEWEILS EINEM NEUEN BLATT UND SCHREIBEN SIE AUF JEDES BLATT IHREN NAMEN UND MATRIKELNUMMER!!!

1) Bestimmen Sie die Wahrheitstabelle von $(a \wedge b) \vee (\neg c)$.

2) Beweisen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{k=1}^{n}(3k^2 - 3k - 3) = n^3 - 4n.$$

3) Untersuchen Sie jeweils, ob der Grenzwert $\lim_{n\to\infty} x_n$ existiert, und falls ja, berechnen Sie ihn:

   a) $x_n = \frac{n^{(n/2)}}{2^n}$
   b) $x_n = \sqrt{n+3}(\sqrt{n+4} - \sqrt{n-1})$
   c) $x_n = (1 + \frac{2}{n})^{2n}$.
   Hinweis: Die Wurzelfunktion ist stetig, d.h. falls die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert, gilt: $\lim_{n\to\infty} \sqrt{a_n} = \sqrt{\lim_{n\to\infty} a_n}$.

4) a) Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz.

   a1)

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-\frac{4}{3})^n.$$

   a2)

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{n+1}{n^3-1}.$$

   b) In der Vorlesung wurden insbesondere die folgenden Kriterien behandelt: Quotientenkriterium, Wurzelkriterium, Verdichtungssatz, Leibnizkriterium.
   Mit welchen dieser Kriterien kann man die Divergenz der harmonischen Reihe $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ nachweisen? (Jeweils 4 mal "ja" oder "nein" angeben. Falls "nein", ganz kurz erläutern, warum nicht.)

Es wird nicht nur das Ergebnis, sondern insbesondere auch der Rechenweg bewertet. Begründen Sie Ihre Schritte ausreichend. Wenn Sie bei einer Aufgabe nicht weiterkommen, z.B. weil bereits ein Rechenfehler vorliegt, beschreiben Sie bitte möglichst genau das prinzipielle Vorgehen, mit dem Sie die Aufgabe angehen wollten.

Es sind *keine* elektronischen Hilfsmittel erlaubt.

Viel Erfolg!