

Mathematik I für ChemikerInnen WS 2017/18

5. Übungsblatt

21. (a) Für welche Werte $z \in \mathbb{C} \setminus \{-1\}$ gilt: $\frac{z-1}{2} = \frac{1+2i}{z+1}$?
(b) Für welche $z \in \mathbb{C}$ gilt: $z^2 + 2z = -3$?
(c) Für welche $z \in \mathbb{C}$ gilt: $z^2 + 2z + 2i = -1$?

Hinweis: In Vorlesung wurden zwei komplexe Zahlen mit $z^2 = i$ berechnet, indem ein unbestimmter Ansatz $z = a + bi$ gemacht wurde.

22. a) Berechnen Sie $i, i^2, i^3, \dots, i^{10}$, und daraus dann i^{2017} .
b) Es sei $z = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$. Berechnen Sie $z^2, z^3, z^4, z^5, z^6, z^7, z^8$ und zeichne Sie diese (so gut es geht), in die komplexe Zahlenebene.
c) Berechnen Sie $(1 + i)^4$.
23. (a) Es sei $z = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3}i)$. Berechnen Sie z^2, z^3 und zeichnen Sie z, z^2, z^3 in der komplexen Ebene.
(b) Finden Sie alle komplexen Nullstellen der Gleichung

$$z^3 + 3z^2 + 3z + 2 = 0$$

24. Berechnen Sie

- (a) $z = \frac{(3+2i)^3}{i^6 + 4i^2 - i + 2}$
(b) $z = \frac{1}{i} + i$

25. Stellen Sie die Menge aller komplexen Zahlen z , welche die folgenden Gleichungen erfüllen, graphisch dar:

- (a) $2 \leq |4z| \leq 8$
(b) $\{z \in \mathbb{C} \mid |\frac{5}{2}z + \frac{1}{2}\bar{z}| = 6\}$
(c) $\{z \in \mathbb{C} \mid \text{Im}(z^2) \leq 4\}$. Hierbei bezeichne $\text{Im}(z)$ den Imaginärteil von z .

(Hinweis: Setzen Sie die komplexe Zahl z unbestimmt an, also $z = x + iy$ und leiten Sie dann aus der Gleichung einen Zusammenhang zwischen Realteil x und Imaginärteil y her, indem Sie den Betrag auflösen)

Aus gegebenem Anlass noch einmal der Hinweis: wenn Sie Aufgaben ankreuzen, müssen Sie in der Übung anwesend sein. Wenn Sie aufgerufen werden, weil Sie angekreuzt haben, aber nicht da sind, gilt, siehe Webseite: "Falls die Präsentation darauf schließen lässt (insbesondere bei Abwesenheit), dass das Beispiel zu Unrecht angekreuzt wurde, wird die mögliche Gesamtpunkteanzahl aus der Übung halbiert. Bei einem weiteren Vorfall dieser Art werden sämtliche Punkte aus der Übung gestrichen." (Es ist eine leichte mathematische Übung zu sehen, dass diese Strafe ziemlich empfindlich ist. Falls Sie morgens aufwachen und so krank sind, dass Sie nicht zur Übung kommen werden, können Sie Ihre Kreuze nach erneutem Einloggen wieder zurücknehmen, (vor der Deadline von 8.00 Uhr).)