Mathematatik I für ChemikerInnen WS 2017/18
7. Übungsblatt

31. Gegeben sind die Funktionen f, g, und h von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$, wobei

    (a) $f(x) = \sqrt{3x^2 - 12x + 12}$,

    (b) $g(x) = \cos(x - 3) + 5$,

    Stellen Sie (ohne Verwendung der Differentialrechnung) für f, g, und h jeweils fest, ob die Funktion

    - injektiv, surjektiv, bijektiv,
    - beschränkt, nach oben beschränkt, nach unten beschränkt,
    - (streng) monoton wachsend oder fallend,
    - gerade oder ungerade,
    - periodisch ist.
    - Bilden Sie die Umkehrabbildung der Funktion, falls möglich.

32. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte

    $(a)\quad \lim_{x\to\infty} \frac{7x^3 + 2x}{x^3 - 5x^2 + 6} \qquad (b)\quad \lim_{x\to\infty} \frac{3\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} - 1} \qquad (c)\quad \lim_{x\to\infty} \sqrt{x^3 + 2x^2 + x} - \sqrt{x^3 + x^2 + x}$

    $(d)\quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2n(n+1)}{n+2} - \frac{2n^3}{n^2+2} \right) \qquad (e)\quad \lim_{x\to\infty} \frac{7\sqrt{x} + 3}{2x + 1}$

33. Sei

    $$f : D \to \mathbb{R} \qquad \text{mit} \qquad f(x) = \frac{x^3 - 7\,x^2 + 16\,x - 12}{x^3 - x^2 - 8\,x + 12}.$$

    (a) Bestimmen Sie die größtmögliche Definitionsmenge D

    (b) Bestimmen Sie $\lim_{x\to\infty} f(x)$.

    (c) Bestimmen Sie $\lim_{x\to 0} f(x)$.

    (d) Bestimmen Sie $\lim_{x\to x_0^+} f(x)$ und $\lim_{x\to x_0^-} f(x)$ für alle $x_0 \in \mathbb{R} \setminus D$.

    (e) Bestimmen Sie alle Asymptoten der Funktion!

    (f) Können Sie für alle Werte $x \in \mathbb{R} \setminus D$ Funktionswerte definieren, sodass die nun auf ganz $\mathbb{R}$ definierte Funktion stetig ist?