Mathematik I für ChemikerInnen WS 2017/18
11. Übungsblatt

48. Gegeben sei die Funktion

$$f(x, y) = 2\cos^2(x) + \sin(2x) - x^2 + 2xy - y^2 + 4x + \frac{2}{3}y + 7$$

und der Punkt $P = (4\pi, 0)$.

(a) In welchen Punkten (x, y) ist der Gradient von f gleich $(2, \frac{2}{3})$?

(b) Geben Sie die Gleichung der Tangentialebene an f im Punkt P an.

(c) Berechnen Sie weiters die Richtungsableitung von f im Punkt P in Richtung des stärksten Anstieges sowie in Richtung des Vektors $(1, 1)^t$.

49. Berechnen Sie die Jacobimatrix der Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ mit

$$f(x, y, z) = \begin{pmatrix} xyz + y^2 \\ xy^2 + \sinh x \end{pmatrix}.$$

50. Bestimmen Sie die Grenzwerte

$$(a) \quad \lim_{x\to 0} \frac{\sin x - \sinh x}{x - \sinh x} \qquad (b) \quad \lim_{x\to 0} (\cos(x))^{\frac{7}{x^2}} \qquad (c) \quad \lim_{x\to\infty} \frac{\ln(\ln x)}{(\ln x)^2} \qquad (d) \quad \lim_{x\to 0} \ln(x)\tan(x)$$

51. Es sei $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = \frac{xy}{x^2+y^2}$. Für die Umrechnung in Polarkoordinaten gilt: $x = r\cos\phi, y = r\sin\phi$. Berechnen Sie partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial r}$ und $\frac{\partial f}{\partial \phi}$ auf zwei Arten: erst x, y durch r und ϕ ersetzen und dann ableiten. (Dies ist in diesem Fall der einfachere Weg.) Dann mit Hilfe der Kettenregel in zwei Variablen.