

## Übungsblatt 06 - Differenzial- und Integralrechnung - WS 2013/14 (Heil, Riegelnegg, Ebner, Hörl, Schütky)

1. Man bestimme den Konvergenzradius der Potenzreihe  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3^n}{n^2} (x-1)^n$  und gebe das (offene) Konvergenzintervall an.

(Hinweis: Man überlege, dass  $\frac{n}{3^n} \rightarrow 0$ , z.B. mit der Regel von de l'Hospital)

2. Berechnen Sie die Ableitungen von

(a)  $y = x^x$       (b)  $y = \arcsin(2x - 3)$       (c)  $y = \frac{1}{ab} \arctan\left(\frac{b}{a} \tan x\right)$

3. Für welche  $x \in \mathbb{R}$  ist die Funktion  $f(x) = |1 - e^x|$  differenzierbar?

4. Beweisen Sie die Ungleichung  $\frac{x}{1+x^2} < \arctan x < x$  für  $x > 0$  unter Verwendung des 1. Mittelwertsatzes für die Funktion  $f(t) = \arctan t$ .

5. Ermitteln Sie ein  $\xi \in (0, 1)$  in Abhängigkeit von  $x$  so, dass für die Funktion  $f(x) = \sqrt{x} - \frac{1+x}{2}$  gilt:  $\frac{f(x)-f(0)}{x} = f'(\xi)$ .

6. Zeigen Sie mit Hilfe des Satzes über die Ableitung der Umkehrfunktion, dass

(a)  $(\operatorname{arsinh} x)' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$     und    (b)  $(\operatorname{arccos} x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

7. Berechnen Sie folgende Grenzwerte

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+e^x)}{x+2}$  ,    (b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sinh x} - \frac{1}{x} \right)$  ,    (c)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 - 2^x)^{\sin x}$