Übungsblatt 07 - Differenzial- und Integralrechnung - WS 2013/14

(Heil, Riegelnegg, Ebner, Hörl, Schütky)

1. Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge (a_n) mit $a_n = (\frac{n-3}{n+2})^n$ mit der Regel von de l'Hospital.

2. Berechnen Sie $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\sqrt{\cos x}}{1-\cos\sqrt{x}}$.

(Hinweis: Man beachte im Laufe der Rechnung, dass $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{\sqrt{\cos x}} = 1$)

3. Man ermittle das Taylor-Polynom $T_3(x, 1)$ (Entwicklungspunkt ist also $x_0 = 1$) von der Funktion $f(x) = \ln(1 + 3x^2)$.

4. Die Funktion $y = y(x)$ sei (implizit) durch den Ausdruck $y = -xe^y + y^2$ mit $y(0) > 0$ gegeben. Man differenziere den Ausdruck nach x (Kettenregel!) und bestimme $y'(0)$.

5. Bestimmen Sie das Taylor-Polynom 5-ter Ordnung von $f(x) = \tan x$ mit $x_0 = 0$. Verwenden Sie dabei für $y = \tan x$ die Formel $y' = 1 + y^2$.

6. Bestimmen Sie das Taylor-Polynom $T_1(x, 0)$ von $f(x) = \sin 2x + \cos x$ und schätzen Sie den Fehler im Bereich $|x| < 10^{-2}$ ab. (Restgliedabschätzung)

7. Gegeben sei die Funktion $f(x) = \sqrt{1 + x^2} - \sqrt{1 - x^2}$. Bestimmen Sie den Definitionsbereich, den Bildbereich und das Monotonieverhalten. Berechnen Sie weiters $\lim\limits_{x\to 1^-} f'(x)$ und $\lim\limits_{x\to -1^+} f'(x)$.

8. Für die Funktion $f(x) = \ln(1 - x + x^2)$ bestimme man den Definitionsbereich sowie jene Bereiche, auf denen $f(x)$ konvex bzw. konkav ist.