Übungsblatt 01 - Lineare Algebra - WS 2012/13

(Glowatschnig, Waltl, Gomez-Rocha, Hopfer, Windisch)

1. Sei S der von den Vektoren $\vec{a} = (1,2,2)$, $\vec{b} = (2,1,-2)$, $\vec{c} = (2,-2,1)$ aufgespannte Spat. Man zeige, dass S ein Würfel ist (man untersuche dazu die Kantenlängen und die Orthogonalität).
Man bestimme die Koordinaten aller Ecken, wenn eine Ecke im Ursprung liegt und $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ als Ortsvektoren aufgefasst werden.

2. Gegeben seien die Punkte $A = (1,3)$, $B = (-1,2)$, $C = (3,9)$ und $D = (4,7)$.
Man bestimme die Geraden g , welche A und B enthält, bzw. h , welche C und D enthält, in Parameterform und in parameterfreier Form.
Man untersuche, ob die beiden Geraden einen Schnittpunkt besitzen und bestimme diesen gegebenenfalls.

3. Die Ebene E_1 sei durch die drei Punkte $A = (0,3,3)$, $B = (1,5,4)$, $C = (1,1,4)$ bestimmt. Die Ebene E_2 habe den Normalenvektor $\vec{n}_2 = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und enthalte den Punkt $P = (-1,-2,1)$.
Man bestimme eine Parameterdarstellung der Schnittgeraden von E_1 und E_2 .

4. Gegeben seien die Ebene $E:\ 3x - z = 1$ und die Gerade $g:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 17 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix}$.
Man bestimme, falls existent, den Durchstoßpunkt von g mit E . Des weiteren bestimme man den Abstand von $P = (4,-6,17)$ zur Ebene E .

5. Man bestimme den Höhenschnittpunkt des Dreiecks mit den Eckpunkten
$A = (-8,1)$, $B = (7,-4)$, $C = (4,8)$.

6. Man beweise

a) (im $\mathbb{R}^n$) $\|v + w\|^2 = \|v\|^2 + \|w\|^2 + 2\langle v, w\rangle$

b) (im $\mathbb{R}^n$) $\|v + w\|^2 + \|v - w\|^2 = 2\|v\|^2 + 2\|w\|^2$

c) (im $\mathbb{R}^3$) $\|v \times w\|^2 = \|v\|^2 \|w\|^2 - \langle v, w\rangle^2$