Übungsblatt 09 - Lineare Algebra - WS 2012/13
(Glowatschnig, Waltl, Gomez-Rocha, Hopfer, Windisch)

1. Man bestimme die Eigenwerte und Eigenvektoren folgender Matrizen $(\mathbb{K} = \mathbb{R})$:

(a) $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, (b) $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 0 \\ 7 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}$

Sind die Matrizen A bzw. B diagonalisierbar?

2. Man bestimme die Eigenwerte und Eigenvektoren folgender Matrizen $(\mathbb{K} = \mathbb{C})$:

(a) $A = \begin{pmatrix} -2 & 1-i \\ 1+i & -1 \end{pmatrix}$, (b) $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & i \\ 0 & -i & 2 \end{pmatrix}$

Sind die Matrizen A bzw. B diagonalisierbar?

3. Zu den Matrizen A in Beispiel 1. und Beispiel 2. bestimme man jeweils eine Matrix S sodass SAS^{-1} eine Diagonalmatrix ist.

4. Man zeige: ist A eine unitäre Matrix, dann ist auch A^{-1} unitär.
(Man verwende dabei, dass $\overline{B^T} = \overline{B}^T$ für jede Matrix B gilt.)

5. Sei $V = \mathbb{R}^3$ und $s : V \times V \to \mathbb{R}$ mit $s(x, y) = x_1y_2 + x_2y_3 - x_3y_1$. Bestimmen Sie die darstellende Matrix von s bezüglich der Basis $\mathcal{B} = ((-1, 0, 1)\ ,\ (0, 1, -1)\ ,\ (1, 1, 0))$.

6. Man wende das Orthonormalisierungsverfahren von Schmidt auf folgende Vektoren des $\mathbb{R}^3$ an:

$v_1 = (1, 1, 1)\ ,\ v_2 = (1, 0, -1)\ ,\ v_3 = (1, -1, 0)$.