

Übungsblatt 01 - Lineare Algebra - WS 2014/15
(Dorn, Tabatabaei, Jäger, Kloiber, Kofler)

1. Sei S der von den Vektoren $\vec{a} = (1, 2, 2)$, $\vec{b} = (2, 1, -2)$, $\vec{c} = (2, -2, 1)$ aufgespannte Spat. Man zeige, dass S ein Würfel ist (man untersuche dazu die Kantenlängen und die Orthogonalität).

Man bestimme die Koordinaten aller Ecken, wenn eine Ecke im Ursprung liegt und $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ als Ortsvektoren aufgefasst werden.

2. Gegeben seien die Punkte $A = (1, 3)$, $B = (-1, 2)$, $C = (3, 9)$ und $D = (4, 7)$.

Man bestimme die Geraden g , welche A und B enthält, bzw. h , welche C und D enthält, in Parameterform und in parameterfreier Form.

Man untersuche, ob die beiden Geraden einen Schnittpunkt besitzen und bestimme diesen gegebenenfalls.

3. Die Ebene E_1 sei durch die drei Punkte $A = (0, 3, 3)$, $B = (1, 5, 4)$, $C = (1, 1, 4)$ bestimmt. Die Ebene E_2 habe den Normalenvektor $\vec{n}_2 = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und enthalte den Punkt $P = (-1, -2, 1)$.

Man bestimme eine Parameterdarstellung der Schnittgeraden von E_1 und E_2 .

4. Gegeben seien die Ebene $E: 3x - z = 1$ und die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 17 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix}$.

Man bestimme, falls existent, den Durchstoßpunkt von g mit E . Des weiteren bestimme man den Abstand von $P = (4, -6, 17)$ zur Ebene E .

5. Man bestimme den Höhenschnittpunkt des Dreiecks mit den Eckpunkten

$A = (-8, 1)$, $B = (7, -4)$, $C = (4, 8)$.

6. Man beweise

a) (im \mathbb{R}^n) $\|v + w\|^2 = \|v\|^2 + \|w\|^2 + 2\langle v, w \rangle$

b) (im \mathbb{R}^n) $\|v + w\|^2 + \|v - w\|^2 = 2\|v\|^2 + 2\|w\|^2$

c) (im \mathbb{R}^3) $\|v \times w\|^2 = \|v\|^2\|w\|^2 - \langle v, w \rangle^2$