Übungsblatt 08 - Lineare Algebra - WS 2014/15

(Dorn, Tabatabei, Jäger, Kloiber, Kofler)

51. Es sei $\mathcal{A} = (v_1, v_2, v_3)$ eine Basis für $\mathbb{C}^3$ und $\mathcal{B} = (w_1, w_2, w_3, w_4)$ eine Basis für $\mathbb{C}^4$. Die lineare Abbildung $F : \mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^4$ sei gegeben durch $F(v_1) = w_1 + iw_2 - iw_3$, $F(v_2) = 2w_2 - iw_3 + w_4$, $F(v_3) = w_1 + iw_3 + w_4$. Bestimmen Sie die darstellende Matrix $\mathcal{M}_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}(F)$ von F . Ist F injektiv bzw. surjektiv? Was ist $\dim \mathrm{Im} F$?

52. (vgl. Bsp. 50) Wir betrachten die lineare Abbildung $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ gegeben durch $F(x, y, z) = (3x + 2y - 4z \ , \ x - 5y + 3z)$. Man bestimme die darstellende Matrix A von F wenn jeweils die kanonischen Basen gewählt werden.

$B = \begin{pmatrix} -7 & -33 & -13 \\ 4 & 19 & 8 \end{pmatrix}$ hat sich als darstellende Matrix bzgl. der Basen $((1,1,1), (1,1,0), (1,0,0))$ bzw. $((1,3), (2,5))$ ergeben.

Bestimmen Sie die Matrizen T^{-1} bzw. S und verifizieren Sie die Transformationsformel $B = SAT^{-1}$.

53. Man bestimme die inverse Matrix mit dem in der Vorlesung angegebenen Algorithmus, wobei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} .$$

54. Man bestimme die inverse Matrix mit dem in der Vorlesung angegebenen Algorithmus, wobei

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 0 & 4 & 9 \\ 1 & 2 & 8 & 18 \end{pmatrix} .$$

55. Beweisen Sie, dass die Äquivalenz von Matrizen tatsächlich eine Äquivalenzrelation auf $M(m \times n; \mathbb{K})$ ist.

56. Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 7 \\ -4 & 3 & 1 \\ 5 & -2 & -2 \end{pmatrix}$. Addieren Sie das Doppelte der ersten Zeile von A zur dritten Zeile. Welche Matrix ergibt sich? Vertauschen Sie die zweite und dritte Spalte von A , welche Matrix ergibt sich?

Stellen Sie nun diese Umformungen durch geeignete Multiplikation von A mittels Elementarmatrizen dar.