

5.3 Die trigonometrischen Funktionen

5.3.1 Sinus, Cosinus

Die Winkelfunktionen Sinus und Cosinus sind am Einheitskreis² definiert.

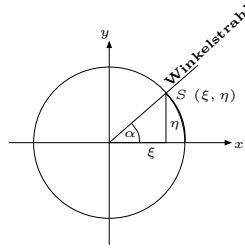


Abbildung 5.6:

Bemerkung 48. Die Gleichung eines Kreises mit dem Mittelpunkt $M(0,0)$ und dem Radius r lautet: $x^2 + y^2 = r^2$. Weiters kennen wir den Flächeninhalt mit $A = r^2\pi$ und den Umfang mit $U = 2r\pi$. Der Winkel α wird im Bogenmaß³ angegeben und im Gegenuhrzeigersinn von der positiven x -Achse aus gemessen. Die Umrechnung eines Winkels β im Gradmaß ins Bogenmaß erfolgt gemäß

$$\alpha = \frac{\beta\pi}{180}$$

Definition 54. Die x -Koordinate ξ des Schnittpunktes S des Winkelstrahles mit dem Einheitskreis, wird auch **Cosinus von** α genannt, die y -Koordinate η wird mit **Sinus von** α bezeichnet (siehe Abb. 5.6).

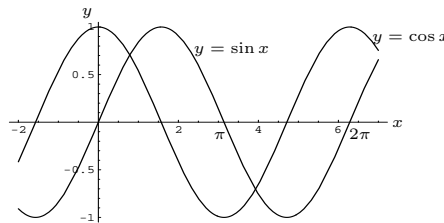


Abbildung 5.7:

Bemerkung 49. Die Winkel α und $\alpha + 2\pi$ haben dieselben trigonometrischen Funktionswerte

$$\cos(\alpha + 2\pi) = \cos \alpha \quad \text{und} \quad \sin(\alpha + 2\pi) = \sin \alpha$$

Definition 55. Eine Funktion f ist **periodisch**, wenn es eine positive reelle Zahl p gibt, sodass $f(x+p) = f(x)$ für alle x ist. Der kleinste Wert p dieser Art ist die **Periode** von f .

Einige Eigenschaften der Sinus- bzw. Cosinusfunktion

1.) $\sin x = \cos(x - \frac{\pi}{2})$

²Der Einheitskreis ist ein Kreis mit dem Radius 1 und dem Mittelpunkt im Ursprung.

³Unter dem Bogenmaß versteht man die dem Winkel zugeordnete Bogenlänge am Einheitskreis.