

4.9 Eigenschaften von stetigen Funktionen

4.9.1 Satz von WEIERSTRASS über Maxima und Minima

Satz 22. Ist f auf dem abgeschlossenen Intervall $[a, b]$ stetig, dann besitzt diese Funktion in $[a, b]$ ein Maximum M und ein Minimum m , d.h.

$$\exists x_1 \in [a, b] : f(x) \leq f(x_1) = M \quad \forall x \in [a, b]$$

$$\exists x_2 \in [a, b] : f(x) \geq f(x_2) = m \quad \forall x \in [a, b]$$

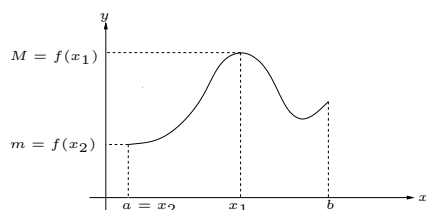


Abbildung 4.13: Zum Satz von WEIERSTRASS

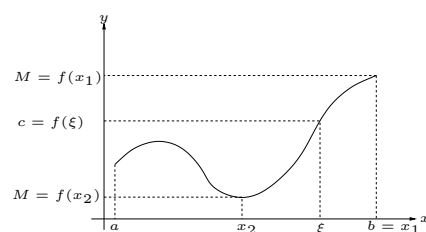


Abbildung 4.14: Zum Zwischenwertsatz

4.9.2 Der Zwischenwertsatz

Satz 23. Sei f auf dem abgeschlossenen Intervall $[a, b]$ stetig und sei

$$M = \max_{x \in [a, b]} f(x) \quad , \quad m = \min_{x \in [a, b]} f(x)$$

das Maximum bzw. das Minimum von f auf $[a, b]$.

Dann existiert für ein beliebiges $c \in \mathbb{R}$ mit $m \leq c \leq M$ ein $\xi \in [a, b]$, für das gilt: $f(\xi) = c$.