

7. Übungsblatt – Gruppe A

92. Man bestimme die FOURIER-Reihen der folgenden periodischen Funktionen, wobei T die Länge der Periode angibt.

Fertigen Sie eine Skizze der Funktion an und beachten Sie eventuelle Symmetrien.

je (2)

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq x \leq \pi/2 \\ -2 & \text{für } \pi/2 < x \leq \pi \end{cases}, \quad f(-x) = -f(x), \quad T = 2\pi$$

$$(b) \quad f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & \text{für } -2 \leq x \leq 0 \\ x & \text{für } 0 < x \leq 2 \end{cases}, \quad T = 4$$

$$(c) \quad f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq x \leq 0.5 \\ 2x - x^2 & \text{für } 0.5 < x \leq 1 \end{cases}, \quad f(-x) = f(x), \quad T = 2$$

93. Man bestimme die Lösung der folgenden Saitenschwingungsprobleme

je (2)

a) $u_{xx} = u_{tt}, \quad u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = \sin 3x, u_t(x, 0) = 0$

b) $9u_{xx} = u_{tt}, \quad u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 3 \sin x \cos x$

c) $u_{xx} = u_{tt}, \quad u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = 0,$

$$u_t(x, 0) = \begin{cases} \frac{3x}{\pi} & \text{für } 0 \leq x \leq \pi/3 \\ \frac{3(\pi - x)}{2\pi} & \text{für } \pi/3 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

94. Man löse folgende Wärmeleitungsprobleme

je (2)

a) $u_t = u_{xx}, \quad u(0, t) = u(2, t) = 0, \quad u(x, 0) = \sin 2\pi x$

b) $u_t = u_{xx}, \quad u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = x \sin x$

7. Übungsblatt – Gruppe B

92. Man bestimme die FOURIER-Reihen der folgenden periodischen Funktionen, wobei T die Länge der Periode angibt.

Fertigen Sie eine Skizze der Funktion an und beachten Sie eventuelle Symmetrien.

je (2)

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq x \leq \pi/2 \\ 2 & \text{für } \pi/2 < x \leq \pi \end{cases}, \quad f(-x) = -f(x), \quad T = 2\pi$$

$$(b) \quad f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{x}{2} & \text{für } -2 \leq x \leq 0 \\ -\frac{x}{2} & \text{für } 0 < x \leq 2 \end{cases}, \quad T = 4$$

$$(c) \quad f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{für } 0 \leq x \leq 0.5 \\ 0 & \text{für } 0.5 < x \leq 1 \end{cases}, \quad f(-x) = f(x), \quad T = 2$$

93. Man bestimme die Lösung der folgenden Saitenschwingungsprobleme

je (2)

a) $u_{xx} = u_{tt}, \quad u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = \sin 4x$

b) $4u_{xx} = u_{tt}, \quad u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = 2 \sin x \cos x, \quad u_t(x, 0) = 0$

$$(c) \quad u_{xx} = u_{tt}, \quad u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = \begin{cases} \frac{2x}{\pi} & \text{für } 0 \leq x \leq \pi/2 \\ \frac{2(\pi - x)}{\pi} & \text{für } \pi/2 \leq x \leq \pi \end{cases}, \\ u_t(x, 0) = 0$$

94. Man löse folgende Wärmeleitungsprobleme

je (2)

a) $u_t = u_{xx}, \quad u(0, t) = u(3, t) = 0, \quad u(x, 0) = \sin 3\pi x$

b) $u_t = u_{xx}, \quad u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = (1 - x) \sin x$

7. Übungsblatt – Gruppe C

92. Man bestimme die FOURIER-Reihen der folgenden periodischen Funktionen, wobei T die Länge der Periode angibt.

Fertigen Sie eine Skizze der Funktion an und beachten Sie eventuelle Symmetrien.

je (2)

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} -2 & \text{für } 0 \leq x \leq \pi/2 \\ -1 & \text{für } \pi/2 < x \leq \pi \end{cases}, \quad f(-x) = -f(x), \quad T = 2\pi$$

$$(b) \quad f(x) = \begin{cases} 2 + x & \text{für } -2 \leq x \leq 0 \\ 1 - x & \text{für } 0 < x \leq 2 \end{cases}, \quad T = 4$$

$$(c) \quad f(x) = 1 - x^2, \quad f(-x) = f(x), \quad T = 2$$

93. Man bestimme die Lösung der folgenden Saitenschwingungsprobleme

je (2)

a) $u_{xx} = u_{tt}, \quad u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = \sin 6x, \quad u_t(x, 0) = 0$

b) $9u_{xx} = u_{tt}, \quad u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = 4 \sin 3x \cos 3x$

c) $u_{xx} = u_{tt}, \quad u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = 0,$

$$u_t(x, 0) = \begin{cases} \frac{3x}{2\pi} & \text{für } 0 \leq x \leq 2\pi/3 \\ \frac{3(\pi - x)}{\pi} & \text{für } 2\pi/3 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

94. Man löse folgende Wärmeleitungsprobleme

je (2)

a) $u_t = u_{xx}, \quad u(0, t) = u(1, t) = 0, \quad u(x, 0) = \sin 4\pi x$

b) $u_t = u_{xx}, \quad u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = x \sin 2x$

7. Übungsblatt – Gruppe D

92. Man bestimme die FOURIER-Reihen der folgenden periodischen Funktionen, wobei T die Länge der Periode angibt.

Fertigen Sie eine Skizze der Funktion an und beachten Sie eventuelle Symmetrien.

je (2)

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} 2 & \text{für } 0 \leq x \leq \pi/2 \\ -1 & \text{für } \pi/2 < x \leq \pi \end{cases}, \quad f(-x) = -f(x), \quad T = 2\pi$$

$$(b) \quad f(x) = \begin{cases} -1 & \text{für } -2 \leq x \leq 0 \\ 1 + \frac{x}{2} & \text{für } 0 < x \leq 2 \end{cases}, \quad T = 4$$

$$(c) \quad f(x) = \begin{cases} 2x^2 + \frac{1}{2} & \text{für } 0 \leq x \leq 0.5 \\ 0 & \text{für } 0.5 < x \leq 1 \end{cases}, \quad f(-x) = f(x), \quad T = 2$$

93. Man bestimme die Lösung der folgenden Saitenschwingungsprobleme

je (2)

a) $u_{xx} = u_{tt}, \quad u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = \sin 5x$

b) $4u_{xx} = u_{tt}, \quad u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = \sin 2x \cos 2x, \quad u_t(x, 0) = 0$

$$c) \quad u_{xx} = u_{tt}, \quad u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = \begin{cases} \frac{4x}{\pi} & \text{für } 0 \leq x \leq \pi/4 \\ \frac{4(\pi - x)}{3\pi} & \text{für } \pi/4 \leq x \leq \pi \end{cases}, \\ u_t(x, 0) = 0$$

94. Man löse folgende Wärmeleitungsprobleme

je (2)

a) $u_t = u_{xx}, \quad u(0, t) = u(4, t) = 0, \quad u(x, 0) = \sin 5\pi x$

b) $u_t = u_{xx}, \quad u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = (1 - x) \sin 2x$