

7. Lösen Sie die Differentialgleichung

$$(x^2 + 2xy - y^2)dx + (y^2 + 2xy - x^2)dy = 0, \quad y(0) = 2$$

mittels integrierendem Faktor der Form  $\mu(x + y)$ .

8. Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$y' = 2xy, \quad y(0) = 3.$$

Berechnen Sie, ausgehend von  $y_0(x) \equiv 3$ , mit Hilfe der Picard-Iteration die Approximationen  $y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x)$ . Raten Sie die allgemeine Form der  $n$ -ten Approximation und beweisen Sie diese.

Berechnen Sie dann den Grenzwert  $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n(x)$  und verifizieren Sie das Ergebnis auf andere Weise. (z.B. Dgl. alternativ lösen).

9. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' - \frac{1}{2x-1}y = x^2 + x, \quad y(1) = 2, \quad x > \frac{1}{2}.$$

10. Geben Sie die allgemeine Lösung an.

$$xy' + (2 + 2x)y = x^2 + 1.$$

11. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'' - 3y^2 = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 4.$$