12. Lösen Sie die folgende Differentialgleichung mit der Reduktionsmethode von d'Alembert:

$$xy'' - (1+x)y' - 2(x-1)y = 0.$$

Hinweis: $y = \exp(2x)$ ist eine Lösung.

13. Gegeben sei die folgende Differentialgleichung:

$$(1-x^2)y'' + 2xy' - 2y = 6(1-x^2)^2.$$

a) Die Funktion $y = x$ ist eine Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung. Bestimmen Sie die zweite Lösung mit Hilfe der Reduktionsmethode von d'Alembert.

b) Lösen Sie die inhomogene Differentialgleichung mittels Variation der Konstanten.

14. Gegeben sei die folgende Differentialgleichung:

$$(1-x)y'' + xy' - y = 2(1-x)^2 e^{-x}.$$

a) Die Funktion $y = \exp(x)$ ist eine Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung. Bestimmen Sie die zweite Lösung mit Hilfe der Reduktionsmethode von d'Alembert.

b) Lösen Sie die inhomogene Differentialgleichung mittels Variation der Konstanten.

15. Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

a) $y'' + 2y' + y = 0$, $y'(0) = 1$, $y(0) = 2$.

b) $2y'' + 2y' + 3y = 0$, $y'(0) = 2$, $y(0) = 1$.

c) $y'' - 2y' = 0$, $y'(0) = 1$, $y(1) = 1$.

d) $y'' - 2y' + 5y = 0$, $y'(0) = 1$, $y(0) = 1$.

16. Bestimmen Sie mittels der Methode der Variation der Konstanten die allgemeine Lösung von:

a) $y'' + y = \frac{1}{\cos x}$.

b) $y'' + y = \tan x$.

17. Die Funktionen $e^{2x}\cos 3x$ und $e^{2x}\sin 3x$ bilden das Fundamentalsystem einer homogenen linearen Differentialgleichung 2. Ordnung. Stellen Sie die Differentialgleichung auf.