18. Geben Sie die allgemeinen Lösungen an für folgende Differentialgleichungen:

- a) $y'' + y = 4 \sin x$.
- b) $y'' + y' - 6y = 3e^{-4x} + \sin x$.
- c) $y^{(4)} - y = 3x + \cos x$.
- d) $y^{(3)} + y'' + y' + y = e^{-x} + 4x$.
- e) $y^{(6)} + y^{(3)} = x$.
- f) $y'' - 2y' + 2y = e^x \cos(x)$.

19. Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

- a) $y'' - 2y' + y = xe^x + 4$, $y(0) = y'(0) = 1$.
- b) $y''' + 4y' = x$, $y(0) = y'(0) = 0$, $y''(0) = 1$.
- c) $y^{(4)} + 2y'' + y = 3x + 4$, $y(0) = y'(0) = 0$, $y''(0) = y^{(3)}(0) = 1$.
- d) $y''' - 3y'' + 2y' = x + e^x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -\frac{1}{4}$, $y''(0) = -\frac{3}{2}$.

20. Geben Sie die allgemeine *homogene* Lösung an für

$$y''' + y'' - 8y' - 12y = g(x).$$

Geben Sie dann den Ansatz vom Typ der rechten Seite an für folgende rechten Seiten (Rechnung nicht erforderlich): a) $g(x) = 5x^2 + 1$. b) $g(x) = 2e^{-3x}$. c) $g(x) = 4e^{3x}$. d) $g(x) = 2 \sin(3x) + 6e^{-2x}$.

21. Geben Sie die allgemeine homogene Lösung, und dann den Ansatz vom Typ der rechten Seite an für folgende Differentialgleichungen (ohne Rechnungen):

- a) $y^{(3)} - 2y'' + y' = 2e^x + x^3$.
- b) $y^{(3)} - y' = xe^{-x} + 2 \cos x$.
- c) $y^{(4)} + 4y'' = xe^x + \sin 2x + 4$.
- d) $y^{(4)} - y^{(3)} - y'' + y' = x \sin x + x^2 + 4$.
- e) $y^{(4)} + 2y^{(3)} + 2y'' = e^{-x} \sin x + 2xe^{-x} + 3e^x$.
- f) $y^{(4)} - 2y^{(3)} + 5y'' = x^2 e^x \cos 2x + (2x - 1) \sin(-2x) + x^3$.

22. Warum gibt es keine homogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten, mit $\{e^x, \sin x\}$ als Lösungsbasis?

Geben Sie eine Dgl. 3. Ordnung (mit konstanten Koeffizienten) an, mit e^x und $\sin x$ als Lösungen.