

23. Lösen Sie das folgende System linearer Differentialgleichungen

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 &= 4x_1 - 2x_2\end{aligned}$$

unter den Anfangsbedingungen $x_1(0) = 0$ und $x_2(0) = 5$.

24. Finden Sie die Allgemeine Lösung des folgenden Systems linearer Differentialgleichungen

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1 - 3x_2, \\ \dot{x}_2 &= 3x_1 + x_2.\end{aligned}$$

25. Betrachtet wird das System linearer Differentialgleichungen $\dot{x} = Ax + b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

(a) Lösen Sie dieses System mit: (i) "Variation der Konstanten"; (ii) "Typ der rechten Seite".

(b) Schreiben Sie dieses System als lineare Differentialgleichung 3. Ordnung.

26. Gegeben sei das folgende Netzwerk.

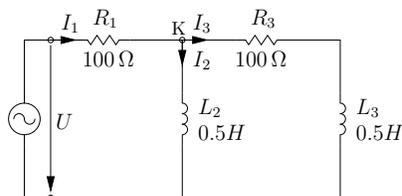


Abbildung 1: Elektrisches Netzwerk

Für die Ströme I_k im Netzwerk der Abbildung 1 gelten die Gleichungen

$$\begin{aligned}I_1 &= I_2 + I_3 && \text{(Stromsatz im Knotenpunkt K),} \\ R_1 I_1 + L_2 \dot{I}_2 &= U && \text{(Spannungssatz für die linke Masche),} \\ R_3 I_3 + L_3 \dot{I}_3 - L_2 \dot{I}_2 &= 0 && \text{(Spannungssatz für die rechte Masche).}\end{aligned}$$

Die Ströme I_1 und I_3 genügen also dem Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned}R_1 I_1 + L_2 (\dot{I}_1 - \dot{I}_3) &= U, \\ R_3 I_3 + L_3 \dot{I}_3 - L_2 (\dot{I}_1 - \dot{I}_3) &= 0.\end{aligned}$$

Bestimmen Sie $I_1(t)$ und $I_3(t)$ für $t > 0$ unter der Anfangsbedingung $I_1(0) = I_3(0) = 0$ und mit den Größen $R_1 = R_3 = 100 \Omega$, $L_2 = L_3 = 0.5 H$, $U = 50 V$. Welcher stationäre Zustand stellt sich nach hinreichend langer Zeit ein?