

27. Untersuchen Sie folgende Systeme auf Stabilität der Ruhelage $(x, y) = (0, 0)$:

a) $\dot{x} = e^{-(x-y)} - \cos x, \quad \dot{y} = \sin(x - 3y).$

b) $\dot{x} = x + y + x \sin y, \quad \dot{y} = -2x + y + 1 - \cos xy.$

c) $\dot{x} = y - x^3 \sin^2 y, \quad \dot{y} = -x - x^2 y \sin^2 y.$

d) $\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -x - \mu y(1 - x^2), \quad \mu > 0.$

28. Bestimmen Sie sämtliche Gleichgewichtspunkte der Systeme und ihren Stabilitätscharakter.

a) $\dot{x} = 1 - y, \quad \dot{y} = x^2 - y^2.$

b) $\dot{x} = x - x^2 - xy, \quad \dot{y} = 3y - xy - 2y^2.$

29. Informieren Sie sich darüber, was ein „autonomes System“ (im Zusammenhang mit Differentialgleichungen) ist.

Untersuchen Sie den Punkt $(0, 0)$ des autonomen Systems

$$\dot{x} = -x^3 + y, \quad \dot{y} = -x - y^5,$$

d.h zeigen Sie: $(0, 0)$ ist ein Gleichgewichtspunkt. Von welcher Art?

Zur Untersuchung der Art machen Sie den Ansatz $V(x, y) = Ax^2 + By^2$ für eine Ljapunov-Funktion (und wählen A und B geeignet).