

Name:

Matrikelnr.:

**Mathematik I Vorlesungsprüfung am 27. März 2017**  
(Gruppe B)

<i>Aufgabe:</i>	1	2	3	4
<i>Punkte:</i>	10	10	10	10
				= <i>Punkte</i>

**Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!**  
**Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer, sowie den Vermerk „Gruppe B“!**

1. Es seien die Punkte

$$A = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ \alpha \end{pmatrix}$$

im Raum gegeben, wobei  $\alpha \in \mathbb{R}$  beliebig ist. Es sei  $\mathcal{E}$  die Ebene, welche die Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  enthält, und  $g$  die Gerade, die durch die Punkte  $D$  und  $E$  verläuft.

(a) Geben Sie  $\mathcal{E}$  in Normalform und die Geradengleichung von  $g$  an. (5 Punkte)

(b) Ist es möglich, den Parameter  $\alpha$  so auszuwählen, dass  $g$  und  $\mathcal{E}$

- (i) parallel
- (ii) senkrecht

sind?

Im Fall (i), berechnen Sie auch den Abstand zwischen  $g$  und  $\mathcal{E}$ . Im Fall (ii), berechnen Sie den Schnittpunkt. (5 Punkte)

2. Die Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  sei durch

$$a_n = -a_{n-1} + 16a_{n-2} + 16a_{n-3} \quad \text{für } n \geq 4$$

und die Anfangswerte  $a_1 = 12$ ,  $a_2 = -10$ ,  $a_3 = 42$  definiert.

(a) Bestimmen Sie die explizite Darstellung von  $a_n$ . (8 Punkte)

(b) Bestimmen Sie alle Häufungspunkte der Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ . (2 Punkte)

3. Die Funktion  $f$  gegeben durch

$$f(x) = \frac{(x^2 - 7x + 12)e^{-1/x^2}}{x^3 + x^2 - 8x - 12}$$

ist nicht auf ganz  $\mathbb{R}$  definiert.

- (a) Bestimmen Sie den größtmöglichen Definitionsbereich. (4 Punkte)
- (b) An welchen Definitionslücken ist  $f$  stetig fortsetzbar? Geben Sie gegebenenfalls die dazugehörigen Funktionswerte an. (6 Punkte)

Verwenden Sie hierbei **keine** Differentialrechnung!

4. Berechnen Sie folgende Integrale.

(a)  $\int \frac{1}{\sin(x) - 1} dx,$  (5 Punkte)

(b)  $\int_{-1}^1 \frac{3x - 31}{x^2 + x - 42} dx.$  (5 Punkte)