

Name:

Matrikelnr.:

Mathematik I Vorlesungsprüfung am 3. Mai 2017

Aufgabe:	1	2	3	4
Punkte:	10	10	10	10
				= Punkte

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!
Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer

1. Es seien die Punkte A, B, C, D im Raum durch

$$A = \begin{pmatrix} \alpha \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ \beta \\ 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 10 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

gegeben, wobei α und β reelle Zahlen sind. Es sei g die Gerade durch A und B , und h die Gerade durch C und D .

- (a) Geben Sie die Geradengleichungen von g und h an. (2 Punkte)
- (b) Für welche Werte von α und β sind g und h parallel? (2 Punkte)
- (c) Für welche α und β sind g und h senkrecht zueinander? (2 Punkte)
- (d) Es sei $\alpha = 2$ und $\beta = 5$. Finden Sie einen Vektor, der zu den beiden Geraden senkrecht ist. (1 Punkt)
- (e) Berechnen Sie den Abstand zwischen den beiden Geraden im Fall $\alpha = 2$ und $\beta = 5$. (3 Punkte)

2. Untersuchen Sie die beiden folgenden Reihen auf Konvergenz.

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-3}{2n} \right)^{n^2} \quad (5 \text{ Punkte})$$

$$(b) \sum_{n=42}^{\infty} (\sqrt{n-1} - \sqrt{n-7}) \quad (5 \text{ Punkte})$$

3. Berechnen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \ln(1-x)}{x(1-\cos(x))}$$

oder argumentieren Sie, dass der Grenzwert nicht existiert. (10 Punkte)

4. Bestimmen Sie alle Extremstellen und Wendepunkte der Funktion (10 Punkte)

$$f(x) = e^{-2x} (2x^2 - 2x + 1).$$