

Name:

Matrikelnr.:

## Mathematik I Vorlesungsprüfung am 7. Juli 2017

Aufgabe:	1	2	3	4
Punkte:	10	10	10	10
				= Punkte

**Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!**  
**Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer**

1. Seien  $a, b \in \mathbb{R}$ . Die Gerade  $g_1$  läuft durch die Punkte

$$P = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad Q = \begin{pmatrix} b \\ 2 - 3b \end{pmatrix}$$

und die Geraden  $g_2, g_3$  sind definiert durch

$$g_2 : \begin{pmatrix} 2a + 1 \\ 1 - a \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad g_3 : 5x + 2y = -1.$$

- (a) Für welche Werte von  $b$  sind die Geraden  $g_1$  und  $g_2$  (4 Punkte)
- (i) parallel;
  - (ii) senkrecht zueinander?
- (b) Berechnen Sie im Fall (ii) den Schnittpunkt  $S$  von  $g_1$  und  $g_2$  (in Abhängigkeit von  $a$ ). Für welchen Wert von  $a$  liegt  $S$  auch auf  $g_3$ ? Geben Sie  $S$  für dieses  $a$  an. (6 Punkte)

2. Es seien  $a_n$  und  $b_n$  für  $n \in \mathbb{N}$  definiert durch

$$a_n := \frac{n^2 + n + 11}{4n^2 + 4n + 12}, \quad b_n := \frac{5n^2}{2^n}$$

- (a) Untersuchen Sie ob die Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  monoton ist, sowie ob die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$  konvergiert. (5 Punkte)
- (b) Untersuchen Sie ob die Folge  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  monoton ist, sowie ob die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n b_n$  konvergiert. (5 Punkte)

3. Berechnen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \ln(1 - \cos(2x)))$$

oder argumentieren Sie, dass der Grenzwert nicht existiert. (10 Punkte)

4. Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \frac{2x + 34}{x^3 - 2x^2 - 11x + 12}.$$

(a) Ermitteln Sie eine Stammfunktion von  $f$ . (7 Punkte)

(b) Untersuchen Sie ob das Integral

$$\int_5^{\infty} f(x) dx$$

existiert und geben Sie gegebenenfalls den Wert an. (3 Punkte)