Name: **Matrikelnr.:**

Mathematik I Vorlesungsprüfung am 13. November 2017

Aufgabe:	1	2	3	4		
Punkte:	10	10	10	10		
					=	*Punkte*

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!
Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer

1. Gegeben seien die Gerade

$$g_1 : \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} s, \qquad g_1 : \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha \\ 1 \end{pmatrix} t,$$

   wobei $\alpha \in \mathbb{R}$.

   (a) Für welche Werte von α sind g_1 und g_2 senkrecht aufeinander? Bestimmen Sie für jedes solche α deren Schnittpunkt P und die Distanz zwischen P und $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$. *(4 Punkte)*

   (b) Für welche Werte von α schneiden sich g_1 und g_2 in einem Winkel von $\pi/4$? Bestimmen Sie für jedes solche α deren Schnittpunkt P. *(6 Punkte)*

2. Die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ sei rekursiv definiert durch

$$a_0 = 2, \qquad a_1 = -8, \qquad a_2 = 0$$

und

$$a_n = 7a_{n-2} + 6a_{n-3} \qquad \text{für } n \geq 3.$$

(a) Bestimmen Sie die allgemeine explizite Darstellung für a_n. *(7 Punkte)*

(b) Für welche Werte von $\beta \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ist die Folge $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ definiert durch

$$b_n = \frac{a_n}{\beta^n}$$

konvergent? *(3 Punkte)*

3. Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \frac{(x+2)\ln(1+x^2)}{x^4 + 4x^3 + 4x^2}.$$

(a) Bestimmen Sie alle Definitionslücken von f in $\mathbb{R}$. *(3 Punkte)*

(b) An welchen dieser Definitionslücken ist f stetig fortsetzbar? Berechnen Sie gegebenenfalls den dazugehörigen Funktionswert. *(7 Punkte)*

4. Bestimmen Sie sämtliche Asymptoten der Funktion *(10 Punkte)*

$$f(x) = \frac{\ln(x^2) + 4x^3 - 3x^2}{x^2 - 5x + 6}.$$