SS2010

Graz University of Technology

Franz Lehner
31.5.2010

Department of Mathematical Structure Theory

Computermathematik 2 (TM) - Blatt №7a

Übung 22.
Werte in `Octave` den Ausdruck
$$\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$$
für $x = 10^{-12}, 10^{-13}, \ldots$ aus, ohne daß dabei Auslöschung (d.h. Verlust an relativer Genauigkeit bei Subtraktion annähernd gleich großer Zahlen) auftritt. Vergleiche das Resultat mit der Taylornäherung.

Übung 23.
Schreibe eine Funktion `simpson(f,a,b,n)` in `Octave`, die das Integral einer Funktion $f(x)$ annähert, indem das Intervall $[a, b]$ in n Teilintervalle geteilt und in jedem Teilintervall $[\alpha, \beta]$ die Simpsonsche Regel

$$\int_\alpha^\beta f(x)\,dx \approx \frac{\beta-\alpha}{6}\left(f(\alpha) + 4f\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) + f(\beta)\right)$$

()

angewandt wird. Überprüfe die Funktion anhand einiger Beispiele.

Übung 24.
Wir betrachten die Hilbertmatrix H_n aus Übung 8, $n = 1, 2, \ldots, 12$.

(a) Schreibe eine Funktion `hilbert(n)`, die die Hilbertmatrix der Ordnung n konstruiert (ohne die eingebaute Funktion zu verwenden!).

(b) Bestimme die Inverse der Hilbertmatrix und den numerischen Fehler $\|H_n \cdot H_n^{-1} - I\|_{HS}$, um den von der Einheitsmatrix abweicht bzgl. der Hilbert-Schmidt-Norm
$$\|A\|_{HS} = (\sum_{i,j=1}^n |a_{ij}|^2)^{1/2}$$

(c) Bestimme eine LR-Zerlegung (engl. LU) von $H_n = L_n \cdot U_n$ und bestimme die numerische Abweichung
$$\left\|H_n \cdot U_n^{-1} \cdot L_n^{-1} - I\right\|_{HS}$$

(d) Bestimme die Eigenwerte der Hilbertmatrix sowie eine Basis aus orthonormalen Eigenvektoren.