

Übung 8.

Für jede natürliche Zahl sei \mathcal{M}_n die vom System $E_n = \{\{1\}, \{2\}, \dots, \{n\}\}$ erzeugte σ -Algebra auf $X = \mathbb{N}$. Zeige:

(a) $\mathcal{M}_n = \{A \subseteq \mathbb{N} : A \subseteq \{1, 2, \dots, n\} \text{ oder } \forall m > n \ m \in A\}$

(b) $\forall n \in \mathbb{N} \ \mathcal{M}_n \subseteq \mathcal{M}_{n+1}$

(c) Warum ist dennoch $\bigcup_{n=1}^{\infty} \mathcal{M}_n$ keine σ -Algebra?

Übung 9.

Sei \mathcal{A} eine σ -Algebra über X und $E \in \mathcal{P}(X)$ eine beliebige Menge. Zeige, daß

$$\sigma(\mathcal{A} \cup \{E\}) = \{(A \cap E) \cup (B \cap E^c) : A, B \in \mathcal{A}\}$$