

Übung 40.

Sei (X, \mathcal{A}, μ) ein Maßraum mit $0 < \mu(X) < \infty$. Sei f meßbar mit $0 < \|f\|_\infty < \infty$ und $\alpha_p = \int |f|^p d\mu$. Zeige, daß

$$\|f\|_\infty = \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{\alpha_{p+1}}{\alpha_p}$$

Übung 41.

Sei (X, \mathcal{A}, μ) ein Maßraum, $f \in L_{1,\mathbb{C}}(X, \mu)$ und $S \subseteq \mathbb{C}$ abgeschlossen, sodaß $\forall E \in \mathcal{A}$ gilt

$$\frac{1}{\mu(E)} \int_E f d\mu \in S.$$

Zeige, daß $f(x) \in S$ für fast alle x .