



**Übung 46.**

Bestimme jeweils die Lebesgue-Zerlegung von  $\mu$  bezüglich  $\nu$  und die Radon-Nikodým-Dichte des stetigen Anteils. Bestimme außerdem  $\int_0^3 x d\mu(x)$  und  $\int_0^3 x d\nu(x)$ .

(a)  $\mu = \delta_0 + 2\delta_1 + 3\delta_3$  und  $\nu = \delta_0 + \delta_2 + \delta_3 + \chi_{[2,5]}\lambda$ .

(b) Sei

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x + 1, & 0 < x \leq 1 \\ 3x^2, & 1 < x \leq 2 \\ 13, & x > 2 \end{cases}$$

und  $\mu((-\infty, x)) = F(x)$ , sowie  $\nu$  das Lebesgue-Maß auf  $\mathbb{R}$ .

(c) Sei

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 2x + 1, & 0 < x \leq 1 \\ 3x^2 + 1, & 1 < x \leq 2 \\ 2x^3, & 2 < x \leq 3 \\ 60, & x > 3 \end{cases}$$

und

$$G(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 3x, & 0 < x \leq 1 \\ 3x^2 + 1, & 1 < x \leq 2 \\ 5x^2, & 2 < x \leq 4 \\ 108, & x > 4 \end{cases}$$

$\mu((-\infty, x]) = F(x)$  und  $\nu((-\infty, x]) = G(x)$ .