Graz University of Technology

WS2010/2011

Franz Lehner
25.01.2011

Department of Mathematical Structure Theory

Übungen Höhere Analysis - Blatt №7

Übung (39c). Finde jeweils eine Folge f_n von Lebesgue-meßbaren Funktionen auf dem Intervall $[0,1]$ die

1. Im Maß konvergiert, aber nicht fast gleichmäßig.
2. Fast gleichmäßig konvergiert, aber nicht f.ü. gleichmäßig.
3. Im Maß konvergiert, aber nicht in L^p.

Hinweis zu 42b: betrachte die Menge

$$\{x : \limsup |\cos nx|^n > \varepsilon\} = \bigcup_n \bigcap_{k \geq n} \dots$$

Hinweis zu 42c: Zeige nur, daß die Folge in keinem der bisher betrachteten Sinne gegen die Nullfunktion konvergiert.

Übung 47.
Seien $(X, \mathcal{A})$, $(Y, \mathcal{B})$, $(Z, \mathcal{Z})$ Maßräume und $\pi_1 : X \times Y \to X$ und $\pi_2 : X \times Y \to Y$ die kanonischen Projektionen. Zeige:
Eine Funktion $f : (Z, \mathcal{C}) \to (X \times Y, \mathcal{A} \otimes \mathcal{B})$ ist meßbar genau dann, wenn $\pi_1 \circ f$ und $\pi_2 \circ f$ meßbar sind.