Übungen "Mathematik A für Elektrotechniker"

WS 2011/2012

TUG **Institut für mathematische Strukturtheorie (Math. C)** Institut für Mathematik C

19. Oktober 2011

---

4. Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion: (je 4 Pkt.)

   (a)
$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

   (b)
$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

   (c) Sei $r \in \mathbb{R}$ mit $r \neq 1$. Man zeige für alle $n \in \mathbb{N}$:
$$\sum_{k=0}^{n} r^k = 1 + r + r^2 + \cdots + r^n = \frac{1 - r^{n+1}}{1 - r}$$

5. Stellen Sie das Pascal'sche Dreieck auf für alle Werte von n zwischen 0 und 5. (3 Pkt.)

6. Zeigen Sie folgende Gleichungen für alle komplexen Zahlen $z_1 = a + ib$ und $z_2 = c + id$: (je 2 Pkt.)

   (a) Sei $z_1 \neq 0$. Man zeige:
$$z_1 \cdot \left(\frac{a}{a^2+b^2} - i\frac{b}{a^2+b^2}\right) = 1$$

   (b) $z_1 \cdot \bar{z}_1 \in \mathbb{R}$; es ist also zu zeigen, daß $\mathrm{Im}(z_1 \cdot \bar{z}_1) = 0$.

   (c)
$$\mathrm{Im}(z_1) = \frac{z_1 - \bar{z}_1}{2i}$$

   (d)
$$\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$$

   (e)
$$\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$$

   (f)
$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$$

7. Berechnen Sie folgende Absolutbeträge: (Hinweis: man erweitere die Brüche derart, daß im Nenner keine imaginären Einheiten mehr stehen, vergleiche mit Aufgabe 5b) (je 2 Pkt.)

   (a)
$$\left|\frac{2+3i}{3-2i}\right|$$

   (b)
$$\left|\frac{(1-2i)^2}{i^7}\right|$$