

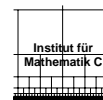
# Übungen "Mathematik A für Elektrotechniker"

WS 2011/2012



**TUG**

Institut für mathematische Strukturtheorie (Math. C)



19. Oktober 2011

4. Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion:

(je 4 Pkt.)

(a)

$$\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

(b)

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

(c) Sei  $r \in \mathbb{R}$  mit  $r \neq 1$ . Man zeige für alle  $n \in \mathbb{N}$ :

$$\sum_{k=0}^n r^k = 1 + r + r^2 + \dots + r^n = \frac{1 - r^{n+1}}{1 - r}$$

5. Stellen Sie das Pascal'sche Dreieck auf für alle Werte von  $n$  zwischen 0 und 5.

(3 Pkt.)

6. Zeigen Sie folgende Gleichungen für alle komplexen Zahlen  $z_1 = a + ib$  und  $z_2 = c + id$ :

(je 2 Pkt.)

(a) Sei  $z_1 \neq 0$ . Man zeige:

$$z_1 \cdot \left( \frac{a}{a^2 + b^2} - i \frac{b}{a^2 + b^2} \right) = 1$$

(b)  $z_1 \cdot \bar{z}_1 \in \mathbb{R}$ ; es ist also zu zeigen, daß  $\text{Im}(z_1 \cdot \bar{z}_1) = 0$ .

(c)

$$\text{Im}(z_1) = \frac{z_1 - \bar{z}_1}{2i}$$

(d)

$$\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$$

(e)

$$\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$$

(f)

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$$

7. Berechnen Sie folgende Absolutbeträge: (Hinweis: man erweitere die Brüche derart, daß im Nenner keine imaginären Einheiten mehr stehen, vergleiche mit Aufgabe 5b) (je 2 Pkt.)

(a)

$$\left| \frac{2 + 3i}{3 - 2i} \right|$$

(b)

$$\left| \frac{(1 - 2i)^2}{i^7} \right|$$