Übungen "Mathematik A für Elektrotechniker"

WS 2011/2012

Institut für mathematische Strukturtheorie (Math. C)

02. November 2011

---

8. Überprüfen Sie die gegebenen Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie alle Häufungswerte: (2 Pkt.)

   (a)
   $$a_n = (-1)^n \cdot \left(1 - \frac{n}{n^2+1}\right)$$
   (3 Pkt.)

   (b)
   $$b_n = \frac{(n+i)^2 - 3i}{n^2 + 2i}$$
   (3 Pkt.)

   (c)
   $$c_n = \frac{\cos(n^2\pi)}{2^{(n+1)/2}} + i(-1)^n \frac{n^2+3n-1}{3n^2+4n+5}$$

9. Man betrachte die Folge (4 Pkt.)
   $$a_n = \frac{n^2+1}{3n^2+n}.$$
   Man bestimme den Grenzwert a dieser Folge. Zusätzlich bestimme man zu $\varepsilon = 0.1$, $\varepsilon = 0.01$ sowie $\varepsilon = 10^{-6}$ die kleinste natürliche Zahl N_ε, so daß $|a_n - a| < \varepsilon$ für alle $n \geq N_\varepsilon$.

10. Zeigen Sie, daß die folgenden rekursiv definierten Folgen konvergieren und bestimmen Sie deren Grenzwert: (je 4 Pkt.)

    (a)
    $$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \sqrt{6 + 5a_n}$$

    (b)
    $$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 1 - \frac{1}{2 + a_n}$$

11. Überprüfen Sie mit Hilfe des Vergleichskriteriums das Konvergenzverhalten der folgenden Reihen: (je 3 Pkt.)
    $$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n) - 1}{3^n} \qquad (b) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2+n}}{\sqrt{n^2-1}(n+1)}$$

12. Überprüfen Sie mit Hilfe des Wurzel- oder Quotientenkriteriums das Konvergenzverhalten der folgenden Reihen: (je 3 Pkt.)
    $$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^3}{7^n} \qquad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{4} + (-1)^n \frac{1}{8}\right)^n \qquad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{5n}}{(2n+1)!}$$

13. Untersuchen Sie folgende Reihen auf absolute Konvergenz, bedingte Konvergenz bzw. Divergenz: (je 3 Pkt.)
    $$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{(n+1)(2n-1)}} \qquad (b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{2n+1}} \qquad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n^2+3) 2^{3n} n}{(n+1)!}$$

14. Berechnen Sie den Wert der Reihe (3 Pkt.)
    $$\sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{6}{5^n} - \frac{2}{3^{n+1}} + \frac{(-1)^n}{7^n}\right]$$