Übungen "Mathematik A für Elektrotechniker"

WS 2011/2012

Institut für mathematische Strukturtheorie (Math. C)

09. November 2011

Hinweis: Die Aufgaben 12 und 13 werden in denjenigen Übungsgruppen noch nachgeholt, in welchen sich die Besprechung in der letzten Übungsstunde zeitlich nicht mehr ausging. Diese Aufgabe ist nicht ankreuzbar, jedoch ist ein Vorrechnen mit Punktesammeln auf freiwilliger Basis möglich.

12. Überprüfen Sie mit Hilfe des Wurzel- oder Quotientenkriteriums das Konvergenzverhalten der folgenden Reihen: (je 3 Pkt.)

$$(a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^3}{7^n} \qquad (b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \Big(\frac{3}{4} + (-1)^n \frac{1}{8}\Big)^n$$

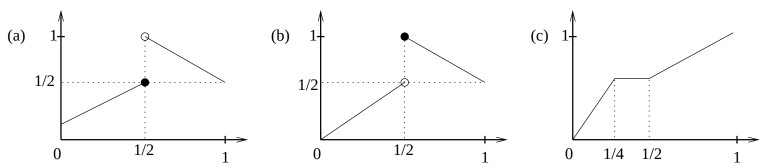
13. Untersuchen Sie folgende Reihen auf absolute Konvergenz, bedingte Konvergenz bzw. Divergenz: (je 3 Pkt.)

$$(b)\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{2n+1}} \qquad (c)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n^2+3) 2^{3n} n}{(n+1)!}$$

15. Untersuchen Sie folgende Reihen auf absolute Konvergenz, bedingte Konvergenz bzw. Divergenz: (je 3 Pkt.)

$$(a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \big(\sqrt[n]{n+2} - 1\big)^n \qquad (b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n+1}}$$

16. Überprüfen Sie folgende Funktionen $f : [0,1] \to [0,1]$ auf die Eigenschaften Injektivität, Surjektivität, Bijektivität, Montonie: (3 Pkt.)



(Hinweis: ein ausgefüllter Punkt bedeutet, daß die Funktion an jener Stelle den jeweiligen Funktionswert annimmt; z.B. ist in (a) $f(1/2) = 1/2$.)

17. Überprüfen Sie, ob folgende Funktionen eine Umkehrfunktion besitzen und berechnen Sie ggf. diese: (je 3 Pkt.)

$$(a)\ f : (1,\infty) \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) = \frac{x+1}{x-1} \qquad (b)\ g : [-1,1] \to \mathbb{R} : x \mapsto g(x) = \frac{1}{x^2+2}$$

18. Berechnen Sie mit Hilfe des Horner-Schemas den Wert $p(-3)$, wobei (3 Pkt.)

$$p(x) = x^5 - 3x^4 + 2x^2 - 5x + 3.$$

Bestimmen Sie aus dem Horner-Schema heraus das Polynom

$$q(x) = \frac{p(x) - p(3)}{x+3}.$$

19. Berechnen Sie das Lagrange-Interpolationspolynom zu folgenden Stützstellen: (3 Pkt.)

x_i	-3	-1	0	2
$p(x_i)$	-4	0	-1	21

20. Berechnen Sie mit Hilfe des Newton-Verfahrens das Interpolationspolynom zu folgenden Stützstellen: (3 Pkt.)

x_i	-2	0	1	2
$p(x_i)$	-3	-1	3	17

21. Untersuchen Sie, ob folgende Aussagen richtig oder falsch sind. Begründen Sie kurz Ihre Entscheidung! (4 Pkt.)

   (a) Injektive Funktionen sind stets strikt monoton.

   (b) Wenn $p(x)$ ein Polynom vom Grad $n \geq 1$ mit reellen Koeffizienten ist, so existiert ein Polynom $q(x)$, so daß sich $p(x)$ schreiben lässt als $p(x) = (ax + b) \cdot q(x)$ oder $p(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot q(x)$ für passende $a, b, c \in \mathbb{R}$.

   (c) Die Lagrange- sowie die Newton-Methode zur Polynominterpolation liefern stets dasselbe Ergebnis.

   (d) Das Polynom $x^2 + 5x - 58065$ besitzt die Nullstellen $x_1 = -237$ und $x_2 = 245$. (Überprüfen Sie diese Aussage ohne Taschenrechner/explizites Einsetzen!)