

Übungen "Mathematik A für Elektrotechniker"

WS 2011/2012



TUG

Institut für mathematische Strukturtheorie (Math. C)



23. November 2011

29. Beweisen Sie folgende Gleichungen für alle $x, y \in \mathbb{R}$: (je 2 Pkt.)

(a)

$$\frac{1}{\sin(x)} = \cot(x) + \tan\left(\frac{x}{2}\right)$$

(b)

$$\cos^2(x) = \frac{\cos(2x)}{1 - \tan^2(x)}$$

30. Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke: (je 2 Pkt.)

(a)

$$\tan(\operatorname{arccot}(x)) \quad \text{für } x \in [0, \pi/2)$$

(b)

$$\arcsin(2x\sqrt{1-x^2}) \quad \text{für } x \in \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$$

(c)

$$\arctan\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \quad \text{für } |x| < 1$$

31. Zeigen Sie: für $x > 1$ ist der folgende Ausdruck konstant: (2 Pkt.)

$$\arctan\frac{1+x}{1-x} - \arctan(x)$$

32. Überprüfen Sie, ob folgende Grenzwerte existieren und berechnen Sie ggf. diese: (3 Pkt.)

(a)

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^4 + 5x^3 + 7x^2 + x - 2}{x^2 + 5x + 6}$$

(3 Pkt.)

(b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x+1) \cdot \cos\left(\frac{1}{x}\right)$$

(2 Pkt.)

(c)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$$

(2 Pkt.)

(d)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x}$$

33. Bestimmen Sie zu folgenden Funktionen die Definitionsbereiche, die Stetigkeitsbereiche sowie sämtliche Asymptoten: (4 Pkt.)

(a)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 2x^2 + 6x - 5}{x^2 + 2x - 3} & \text{falls } x \neq 1 \\ 5 & \text{falls } x = 1 \end{cases}$$

(3 Pkt.)

(b)

$$g(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x+1}}{x^2-1} & \text{falls } x \neq 1 \\ 1 & \text{falls } x = 1 \end{cases}$$

Hinweis: Es muß bei (b) nicht auf schräge Asymptoten überprüft werden.

34. Überprüfen Sie das Konvergenzverhalten der folgenden Reihen:

(je 3 Pkt.)

(a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 + (-2)^n}{\sqrt{(2n+1)!}}$$

(b)

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{3n}{n^2 - 1}$$