Übungen "Mathematik A für Elektrotechniker"

WS 2011/2012

TUG

Institut für mathematische Strukturtheorie (Math. C)

Institut für Mathematik C

07. Dezember 2011

Hinweis: Die Aufgaben 39 und 41 werden in denjenigen Übungsgruppen bei zeitlicher Möglichkeit noch nachgeholt, in welchen sich die Besprechung in der letzten Übungsstunde zeitlich nicht mehr ausging. Diese Aufgaben sind nicht ankreuzbar, jedoch ist ein Vorrechnen mit Punktesammeln auf freiwilliger Basis möglich.

39. Überprüfen Sie, ob folgende Vektoren des $\mathbb{R}^3$ linear abhängig sind: (3 Pkt.)

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

41. Man betrachte den Vektorraum $\mathcal{P}(x)$ aller Polynome mit reellen Koeffizienten, sowie die Polynome(Vektoren) (3 Pkt.)

$$p_1(x) = x^3 + x + 1, \; p_2(x) = x^2 + 2x - 1, \; p_3(x) = x^3 + x^2$$

Überprüfen Sie, ob $p_1(x), p_2(x), p_3(x)$ linear unabhängig sind. (Hinweis: Verwenden Sie den Ansatz $\lambda_1 p_1(x) + \lambda_2 p_2(x) + \lambda_3 p_3(x) = 0$ und führen Sie einen Koeffizientenvergleich durch.)

42. Berechnen Sie den Schnittwinkel der beiden Geraden durch den Ursprung, welche durch die Richtungsvektoren $(1, 3, 4)$ und $(-1, 0, 2)$ gegeben sind. (2 Pkt.)

43. Berechnen Sie die Parameterdarstellung zur Ebene, welche durch die Ebenengleichung $2x - 3y + z = 1$ gegeben ist. (2 Pkt.)

44. Berechnen Sie die Ebenengleichung zur Ebene, welche gegeben ist durch (2 Pkt.)

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}.$$

45. Berechnen Sie den Schnittwinkel der beiden Ebenen, welche durch die Ebenengleichungen $x + y + 2z = 1$ und $x - y = 3$ gegeben sind. (2 Pkt.)

46. Man betrachte folgende Vektoren des $\mathbb{R}^3$: (4 Pkt.)

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

   (a) Berechnen Sie eine Orthonormalbasis zum Unterraum U, welcher von $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ aufgespannt wird.

   (b) Überprüfen Sie, ob die Vektoren $(1, 2, -1)$ bzw. $(5, -6, , 7)$ in U enthalten sind.

47. Man betrachte die Gerade im $\mathbb{R}^3$, welche durch den Ursprung führt und durch den Richtungsvektor $(1, -2, 3)$ gegeben ist. Projizieren Sie die Vektoren $(3, 4, 1)$ sowie $(-1, 2, -4)$ auf die Gerade. (3 Pkt.)

48. Man betrachte folgende Vektoren des $\mathbb{R}^4$:

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie eine Orthonormalbasis für den Unterraum U, der von den Vektoren $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ aufgespannt wird, und bestimmen Sie dessen Dimension. (4 Pkt.)

(b) Projizieren Sie die Vektoren $(3, 1, 0, -1)$ und $(-1, 2, 1, 3)$ auf U. (3 Pkt.)