Konversatorium "Mathematik A für Elektrotechniker"

WS 2011/2012

TUG **Institut für mathematische Strukturtheorie (Math. C)** Institut für Mathematik C

25. Oktober 2011

---

1. Man zeige:

   (a)
$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n} = 0.$$

   (b) Sei $a > 0$.
$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1$$

   (c)
$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1$$

2. Man betrachte die Folge
$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$$

   (a) Zeigen Sie, daß die Folge monoton wachsend ist. (Hinweis: Zeigen Sie $a_{n+1}/a_n \geq 1$ und verwenden Sie die Bernoulli-Ungleichung, siehe Skript Seite A-14.)

   (b) Zeigen Sie, daß die Folge
$$b_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$$
   monton fallend (d.h. daß $b_n/b_{n+1} \geq 1$ gilt) ist und schließen Sie daraus die Konvergenz der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

3. Überprüfen Sie die gegebenen komplexen Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie alle Häufungswerte:

   (a)
$$a_n = \frac{n + 2in^2}{n^2 + 1 - i}$$

   (b)
$$b_n = \frac{2^n}{n!} + i(-1)^n \frac{3n^4 + 5}{5n^4 - 1}$$