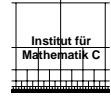


Übungen "Mathematik B für Elektrotechniker"



TUG

Institut für mathematische Strukturtheorie (Math. C)



SS 2011

14. April 2011

Hinweis: Die Aufgaben 22 und 23 werden in denjenigen Übungsgruppen noch nachgeholt, in welchen sich die Besprechung in der letzten Übungsstunde zeitlich nicht mehr ausging. Diese beiden Aufgaben sind nicht ankreuzbar, jedoch ist ein Vorrechnen mit Punktesammeln auf freiwilliger Basis möglich.

22. Man betrachte die auf dem Intervall $[-\pi, \pi]$ definierte Funktion $f(x) = x^2$, welche 2π -periodisch zu einer Funktion auf \mathbb{R} fortgesetzt wird. Skizzieren Sie f und berechnen Sie die zu f gehörige Fourierreihe \bar{f} . Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt $\bar{f}(x) = f(x)$? (3 Pkt.)

23. Man betrachte die auf dem Intervall $[-\pi, \pi]$ definierte Funktion (4 Pkt.)

$$f(x) = \begin{cases} -1, & \text{für } -\pi \leq x < -1 \\ x, & \text{für } -1 \leq x < 1 \\ 1, & \text{für } 1 \leq x < \pi, \end{cases}$$

welche 2π -periodisch zu einer Funktion auf \mathbb{R} fortgesetzt wird. Skizzieren Sie f und berechnen Sie die zu f gehörige Fourierreihe \bar{f} . Bestimmen Sie $\bar{f}(\pi)$ und überprüfen Sie, für welche $x \in \mathbb{R}$ die Gleichung $\bar{f}(x) = f(x)$ gilt.

24. Überprüfen Sie in Abhängigkeit von $r \in \mathbb{R}$, ob das folgende Integral konvergiert und bestimmen Sie ggf. den Integralwert: (4 Pkt.)

$$\int_2^\infty \frac{1}{x(\ln x)^r} dx.$$

25. Berechnen Sie folgende Integrale, falls sie konvergieren, bzw. zeigen Sie andernfalls deren Divergenz: (a,b:3P.)

$$(a) \int_{1/e}^1 \frac{1}{1+\ln x} dx \quad (b) \int_0^2 \frac{e^x}{x^2} dx \quad (c) \int_2^\infty \frac{1}{x^2-3x+2} dx$$

$$(d) \int_0^\infty e^{-2x} \sin(x) dx \quad (e) \int_1^\infty \frac{1}{x^2\sqrt{1+x^2}} dx$$

(c-e:3P.)

26. Überprüfen Sie, ob das folgende Integral konvergiert, und berechnen Sie ggf. den Integralwert: (4 Pkt.)

$$\int_0^\infty \frac{2x \ln(x)}{(x^2 + 1)^2} dx$$

27. Überprüfen Sie mit Hilfe des Cauchy'schen Integralkriteriums, ob die folgende Reihe konvergiert: (3 Pkt.)

$$\sum_{n \geq 1} \frac{n}{e^n}.$$

Hinweis: Hierbei ist insbesondere zu überprüfen, ob der Satz auch angewandt werden darf! Voraussetzungen des Satzes beachten!

28. Überprüfen Sie das folgende Integral auf Konvergenz: (4 Pkt.)

$$\int_0^2 \frac{x-1}{x(x-2)} dx.$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_\varepsilon^{2-\varepsilon} \frac{x-1}{x(x-2)} dx.$$