# Übungen "Mathematik B für Elektrotechniker"

**SS 2011**

**Institut für mathematische Strukturtheorie (Math. C)**

**12. Mai 2011**

---

**Hinweis:** Die Aufgabe 28 wird in denjenigen Übungsgruppen noch nachgeholt, in welchen sich die Besprechung in der letzten Übungsstunde zeitlich nicht mehr ausging. Diese Aufgabe ist nicht ankreuzbar, jedoch ist ein Vorrechnen mit Punktesammeln auf freiwilliger Basis möglich.

28. Überprüfen Sie das folgende Integral auf Konvergenz: (4 Pkt.)

$$\int_0^2 \frac{x-1}{x(x-2)} dx.$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \int_{\varepsilon}^{2-\varepsilon} \frac{x-1}{x(x-2)} dx.$$

29. An welchen Stellen sind folgende Funktionen stetig? (je 2 Pkt.)

$(a) \quad f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{x^2+y^2}, & \text{für } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{für } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ $\quad (b) \quad g(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3\cos(y^2)}{x^4+y^4}, & \text{für } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{für } (x,y) = (0,0). \end{cases}$

30. Überprüfen Sie, ob folgende Funktion an der Stelle $(0,0)$ stetig ist, ob die partiellen Ableitungen im Punkt $(0,0)$ existieren sowie die Richtungsableitung in Richtung $(1,1)$ im Punkt $(0,0)$ existiert: (4 Pkt.)

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^4y^2}{x^4+y^4}, & \text{für } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{für } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

31. Man betrachte die Funktion $f(x,y) = x^3\cos(y) + 2xy - 3$.
    (a) Berechnen Sie die Richtungsableitungen in $(-1,\pi)$ für alle Richtungen $\vec{v} = (a,b) \in \mathbb{R}^2$. In welcher Richtung liegt der stärkste Anstieg vor? (3 Pkt.)
    (b) Berechnen Sie die Gleichung der Tangentialebene im Punkt $(1,\pi/2)$. (2 Pkt.)

32. Man betrachte die folgende Funktion: (4 Pkt.)

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, & \text{für } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{für } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

    (a) An welchen Stellen $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ ist $f(x,y)$ stetig?
    (b) Für welche Richtungen $\vec{v} = (a,b)$ existieren die Richtungsableitungen in $(0,0)$? Wenn ja, berechnen Sie $\partial_{\vec{v}} f(0,0)$.
    (c) An welchen Stellen $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ ist $f(x,y)$ total differenzierbar?

33. Berechnen Sie zur Funktion (2 Pkt.)

$$f(x,y,z) = x^2yz - 3xy^2\sinh(x^2-2y) + \sin(xy^2)$$

den Gradienten und entscheiden Sie, ob $f(x,y,z)$ total differenzierbar ist.

34. Gegeben sei die Funktion $f(x,y) = 2xy^2 - \frac{\ln(y)}{x} + 2y$.
    (a) Bestimmen Sie die Richtungsableitung im Punkt $(1,1)$ in Richtung $(4,3)$. (2 Pkt.)
    (b) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangentialebene zu $z = f(x,y)$ im Punkt $(2,1)$. (2 Pkt.)