Einfache Eigenschaften der Winkelfunktionen

$$\cos t = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} t^{2n}, \qquad \sin t = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} t^{2n+1}.$$

Seien $s,\ t \in \mathbb{R}$. Dann gilt:

1. $\cos t = \operatorname{Re}(\exp it), \qquad \sin t = \operatorname{Im}(\exp it)$,
2. $\cos t = \frac{e^{it}+e^{-it}}{2}, \qquad \sin t = \frac{e^{it}-e^{-it}}{2i}$,
3. $\cos(s+t) = \cos s \cos t - \sin s \sin t$,
   $\sin(s+t) = \sin s \cos t + \cos s \sin t$,
4. $\cos^2 t + \sin^2 t = 1$,
5. $-1 \leq \cos t \leq 1, \qquad -1 \leq \sin t \leq 1$
6. $\cos s - \cos t = -2 \sin \frac{s+t}{2} \sin \frac{s-t}{2}$,
   $\sin s - \sin t = 2 \cos \frac{s+t}{2} \sin \frac{s-t}{2}$,
7. $\cos(-t) = \cos t, \qquad \sin(-t) = -\sin t$.

Weitere Eigenschaften der Winkelfunktionen

	$(-\pi, -\frac{\pi}{2})$	$-\frac{\pi}{2}$	$(-\frac{\pi}{2}, 0)$	0	$(0, \frac{\pi}{2})$	$\frac{\pi}{2}$	$(\frac{\pi}{2}, \pi)$	π
cos	< 0	0	> 0	1	> 0	0	< 0	-1
	m.w.		m.w.		m.f.		m.f.	
sin	< 0	-1	< 0	0	> 0	1	> 0	0
	m.f.		m.w.		m.w.		m.f.	

Für $t \in \mathbb{R}$ gilt

$$\cos(\pi/2 - t) = \sin t,$$
$$\cos(t + 2\pi) = \cos t \qquad \sin(t + 2\pi) = \sin(t).$$

Wenn $\cos(x_0) = y$, dann ist

$$\{x \in \mathbb{R} \mid \cos(x) = y\} = \{\pm x_0 + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}.$$

Wenn $\sin(x_0) = y$, dann ist

$$\{x \in \mathbb{R} \mid \sin(x) = y\} = \{x_0 + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\pi - x_0 + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}.$$