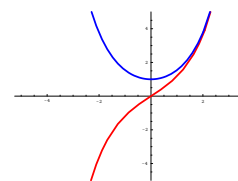


Hyperbelfunktionen

Definiere für $x \in \mathbb{R}$ den *Cosinus hyperbolicus* und den *Sinus hyperbolicus* als

$$\cosh x := \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \sinh x := \frac{e^x - e^{-x}}{2}.$$



$\sinh x$, $\cosh x$.

Für $x, y \in \mathbb{R}$ gilt:

1. $\cosh(-x) = \cosh(x)$, $\sinh(-x) = -\sinh(x)$,
2. $\cosh(x + y) = \cosh x \cosh y + \sinh x \sinh y$,
 $\sinh(x + y) = \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y$,
3. $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$,
4. $\sinh : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ist stetig, streng monoton wachsend, bijektiv.
Umkehrfunktion: *Areasinus hyperbolicus*.

$$\operatorname{arsinh} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; y \mapsto \ln(y + \sqrt{y^2 + 1}).$$

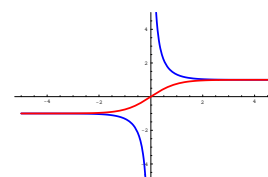
5. $\cosh : [0, \infty) \rightarrow [1, \infty)$ ist stetig, str. monoton wachsend, bijektiv.
Umkehrfunktion: *Areacosinus hyperbolicus*.

$$\operatorname{arcosh} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; y \mapsto \ln(y + \sqrt{y^2 - 1}).$$

Hyperbelfunktionen (2)

Definiere für $x \in \mathbb{R}$ den *Tangens hyperbolicus* und den *Cotangens hyperbolicus* als

$$\tanh x := \frac{\sinh x}{\cosh x}, \quad \coth x := \frac{\cosh x}{\sinh x}.$$



$\tanh x$, $\coth x$.

Es gilt:

1. $\tanh x = \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$, $\coth x = \frac{e^{2x}+1}{e^{2x}-1}$
2. $\tanh x : \mathbb{R} \rightarrow (-1, 1)$ ist stetig, str. monoton wachsend, bijektiv.
Umkehrfunktion: *Areatangens hyperbolicus*.

$$\operatorname{artanh} : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}; y \mapsto \frac{1}{2} \ln \frac{1+y}{1-y}.$$