

14. Sind die folgenden Folgen konvergent? Geben Sie gegebenenfalls den Grenzwert an.

(a) $\frac{(n+1)(n^2-1)}{(2n+1)(3n^2+1)}$,

(b) $\frac{(n+1)(n^3-1)}{(2n+1)(3n^2+1)}$.

15. Bestimmen Sie den Grenzwert a der Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$, und geben Sie ein $N \in \mathbb{N}$ an, so dass $|a_n - a| < 10^{-3}$ für $n > N$ gilt. Dabei ist $a_n =$

(a) $\frac{6n-2}{3n+7}$,

(b) $\frac{1}{4^n}$,

(c) $\sqrt{n^3+1} - \sqrt{n^3}$.

16. Sind die folgenden Folgen konvergent? Geben Sie gegebenenfalls den Grenzwert an.

(a) $\frac{\sqrt{9n^2+10}}{12n+1}$,

(b) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^n$,

(c) $\frac{n}{3^n}$,

(d) $\frac{n^2}{4^n}$,

(e) $\cos(n\pi)$,

(f) $\sin(n\pi)$,

(g) $\frac{17}{n} + \frac{2^n}{n!}$,

(h) $2 + \frac{\cos n\pi}{n^5+11}$,

(i) $\frac{(-5)^n + 3^n}{(-5)^{n+1} + 3^{n+1}}$,

(j) $\sqrt[3]{1-n^3} + n$,

(k) $\frac{1}{n(n+1)} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)2n}$.

17. Man bestimme die Häufungspunkte folgender Folgen $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$. Geben Sie zu jedem Häufungspunkt eine gegen ihn konvergente Teilfolge von x_n an.

(a) $x_n = (-1)^n \left(1 + \frac{1}{n}\right)$.

(b) $x_n = \frac{1}{2}(-1)^n + \frac{1}{3}(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}$.