Kapitel 3. Lineare Gleichungssysteme

3.1. Allgemeines und bereits Bekanntes.

Sei K ein Körper, $A \in K^{m \times n}$, $b \in K^m$.

ges. Alle $x \in K^n$ mit $Ax = b$.

Wir wissen (Abschnitt 2.2 affine UR), dass für ein $b \in \operatorname{Im} F_A$

$$\{x \in K^n \mid Ax = b\} = x_p + \operatorname{Ker} A,$$

wobei x_p irgeine Lösung von $Ax_p = b$ ist „partikuläre Lösung".

Wenn $b = 0$, so heißt lin. GLS homogen, sonst inhomogen.
b heißt Inhomogenität.

Wenn das lin. GLS homogen ist, so ist $x = 0$ jedenfalls eine Lösung.

Lemma. Sei $T \in K^{m \times m}$ regulär. Dann ist

$$\{x \in K^n \mid Ax = b\} = \{x \in K^n \mid (TA)x = Tb\}$$

(Lösungsmenge ändert sich nicht, wenn GLS von links mit einer regulären Matrix multipliziert wird)

<u>Beweis</u>. $Ax = b \implies T(Ax) = Tb \implies (TA)x = Tb$

$\implies T^{-1}((TA)x) = T^{-1}(Tb)$

$\implies (T^{-1}T)Ax = (T^{-1}T)b. \implies Ax = b.$ $\square$