


12. Beweisen Sie: Das Polynom $X^2 + aX + b \in \mathbb{F}_q[X]$ ist genau dann irreduzibel, wenn es das Polynom $X^q + X + a$ teilt.

13.  Implementieren Sie Hensel's Lemma: Gegeben seien ein normiertes Polynom $f \in \mathbb{Z}[X]$, eine Primzahl p , ein $n \in \mathbb{N}$ und normierte Polynome $g_1, h_1 \in \mathbb{Z}[X]$, sodass $\deg g_1 + \deg h_1 = \deg f$, $f \equiv g_1 h_1 \pmod{p\mathbb{Z}[X]}$, und g_1, h_1 relativ prim modulo $p\mathbb{Z}[X]$. Gesucht sind normierte Polynome $g_n, h_n \in \mathbb{Z}[X]$, sodass $f \equiv g_n h_n \pmod{p^n\mathbb{Z}[X]}$, $g_n \equiv g_1 \pmod{p\mathbb{Z}[X]}$, $h_n \equiv h_1 \pmod{p\mathbb{Z}[X]}$.