1. Beweisen Sie, daß jede aussagenlogische Formel $\varphi \in \mathcal{A}$ gleich viele rechte wie linke Klammern enthält. Verwenden sie dazu Induktion nach der Struktur.

2. Beweisen Sie, daß jedes echte, nicht triviale Anfangsstück einer aussagenlogischen Formel $\varphi \in \mathcal{A}$ mehr linke als rechte Klammern enthält.

3. Beweisen Sie die Proposition „jede Formel $\varphi \in \mathcal{A}$ erfüllt die eindeutige Lesbarkeit "aus der Vorlesung.

4. Geben sie die Fortsetzung einer vollständigen Belegung $b : \{A_i \mid i \in I\} \to \{0,1\}$ zu einer Wahrheitsfunktion $b_p : \mathcal{A}_p \to \{0,1\}$ auf den aussagenlogischen Formeln in Postfix Notation an, welche der in der Vorlesung definierten Fortsetzung für Formeln aus $\mathcal{A}$ entspricht.

5. Finden sie zu folgenden aussagenlogischen Formeln $\varphi \in \mathcal{A}$ jene Formel $\varphi_p \in \mathcal{A}_p$ in Postfix Notation welche den „entsprechenden "logischen Ausdruck liefert.

$$\varphi = (((A_2 \vee A_1) \mid A_3) \wedge A_4)$$
$$\varphi = ((A_1 \to ((A_2 \vee A_3) \leftrightarrow (\neg A_2))) \mid A_3)$$
$$\varphi = ((A_1 \vee ((\neg A_2) \to A_3)) \leftrightarrow ((A_4 \mid (\neg A_3)) \wedge A_1))$$

6. Finden sie zu folgenden aussagenlogischen Formeln $\varphi_p \in \mathcal{A}_p$ in Postfix Notation jene Formel $\varphi \in \mathcal{A}$ welche den „entsprechenden "logischen Ausdruck liefert.

$$\varphi_p = A_1 A_2 \neg \mid A_4 \neg \to$$
$$\varphi_p = A_7 \neg A_3 \vee A_2 A_1 \leftrightarrow \wedge A_4 A_2 \neg \mid \to$$
$$\varphi_p = A_1 A_2 \neg \leftrightarrow \neg A_3 \mid A_4 \neg A_5 \wedge \to A_3 \vee A_2 \neg \wedge$$

7. Berechnen Sie für folgende Formel

$$\varphi = ((A_1 \wedge ((\neg A_2) \vee (A_3 \to A_1))) \leftrightarrow (A_4 \vee (A_1 \wedge (\neg A_2))))$$

die Wahrheitsfunktion unter Verwendung der unten angegebenen vollständigen Belegungsfunktion. Führen sie die Berechnung Schritt für Schritt gemäß der Definition der Wahrheitsfunktion durch!

$$b(A_i) = \begin{cases} 0 & i \equiv 0 \mod 2 \\ 1 & i \equiv 1 \mod 2 \end{cases}.$$

8. Berechnen sie den Wert der Wahrheitsfunktion $\bar{b}$ für folgende aussagenlogische Formeln für jede vollständige Belegungsfunktion.

$$\varphi = ((A_1 \rightarrow A_2) \leftrightarrow ((\neg A_1) \rightarrow (\neg A_2)))$$
$$\varphi = (((A_1 \leftrightarrow A_2) \vee (\neg A_3)) \mid ((\neg(A_3 \rightarrow (\neg A_2))) \vee A_1))$$

9. Geben Sie eine induktive Definition für einfache arithmetische Formeln an, die aus Variablen x_i (für $i \in \mathbb{N}$) und den Operatoren $+$ und $-$ bestehen. Definieren Sie sinnvoll den Begriff *vollständige Belegung* der Variablen x_i (mit ganzen Zahlen) für obige Formeln und geben Sie eine Auswertungsfunktion für solche Formeln an, die den gewohnten Rechenregeln für ganze Zahlen entspricht.

10. Finden sie eine induktive Struktur auf der Menge aller Bäume (ein Baum ist ein kreisfreier, einfach zusammenhängender Graph) und verwenden sie diese Struktur um zu beweisen, dass jeder Baum um genau einen Knoten mehr als Kanten hat.