11. Definieren Sie (induktiv) eine Bijektion $h\colon \mathcal{A} \to \mathcal{A}_P$, sodass jede Formel auf eine Formel mit derselben Wahrheitswertefunktion abgebildet wird und beweisen Sie, dass Ihre Bijektion h das gewünschte macht.

12. Ermitteln Sie die zu $(A_1 \to A_3) \wedge (A_2 \to A_3)$ äquivalente disjunktive 3-Form.

13. Ermitteln Sie die zu $(A_1 \to A_3) \wedge (A_2 \to A_3)$ äquivalente konjunktive 3-Form.

14. Beweisen Sie, dass jede Formel der Aussagenlogik, in der weder $\neg$ noch $|$ vorkommen, bei Belegung aller Variablen mit 1 den Wahrheitswert 1 annimmt.

15. Finden Sie zu jeder der folgenden Formeln eine äquivalente Formel, in der als einziger Junktor $|$ vorkommt und beweisen Sie deren Äquivalenz:

1. $A_1 \wedge A_2$
2. $A_1 \vee A_2$
3. $A_1 \to A_2$
4. $A_1 \leftrightarrow A_2$
5. $\neg A_1$

16. Finden Sie zu den Formeln im vorigen Beispiel, sowie zur Formel $A_1 \mid A_2$, jeweils eine äquivalente Formel, in der außer $\neg$ und $\vee$ keine Junktoren vorkommen und beweisen Sie deren Äquivalenz.

17. Beweisen Sie mittels Induktion nach der Struktur: wenn man in einer aussagenlogischen Formel für jede Variable A_i eine Formel der Aussagenlogik B_i einsetzt, dann erhält man wieder eine Formel der Aussagenlogik. Zusatzfrage: wie muss das Einsetzen sinnvollerweise definiert werden, wenn in den Formeln B_i manche der Variablen A_j, in die man einsetzt, vorkommen.

18. Angenommen, wir modifizieren die Definition der Sprache der Aussagenlogik $\mathcal{A}$ so, dass rechte und linke Klammern ununterscheidbar als $\|$ geschrieben werden. Beweisen oder widerlegen Sie, dass eindeutige Lesbarkeit gilt.

19. Für Formeln A, B der Aussagenlogik sei $A \Rightarrow B$ definiert durch ,,für jede Belegung b mit $\bar{b}(A) = 1$ gilt $\bar{b}(B) = 1$". Beweisen Sie, dass $A \Rightarrow B$ genau dann gilt, wenn $A \to B$ eine Tautologie ist.