29. Ein Verband erfüllt

$$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c) \tag{1}$$

genau dann, wenn er

$$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c) \tag{2}$$

erfüllt. Hinweis: zeigen Sie mit Hilfe der Verbandsaxiome nur $\Rightarrow$. Da die Verbandsaxiome symmetrisch in $\wedge$ und $\vee$ sind, folgt die Umkehrung durch Dualisierung des Beweises (Vertauschen von $\wedge$ und $\vee$).

30. In jedem distributiven komplementären Verband gilt

$$(x \vee y)^c = x^c \wedge y^c$$

31. Seien $(A, +, \cdot)$ und $(B, +, \cdot)$ Boolesche Algebren, und $f : A \to B$ eine Funktion. Wenn f folgende Eigenschaften hat:

$$f(a_1 + a_2) = f(a_1) + f(a_2), \quad f(a_1 \cdot a_2) = f(a_1) \cdot f(a_2), \quad f(1) = 1 \tag{3}$$

Dann hat f auch die Eigenschaften

$$f(a_1 \wedge a_2) = f(a_1) \wedge f(a_2), \quad f(a_2 \vee a_2) = f(a_1) \vee f(a_2), \quad f(a^c) = f(a)^c$$

Hinweis: $a^c = 1 + a$.

32. Umkehrung des obigen Beispieles.

33. Zeigen Sie: zu jeder erfüllbaren aussagenlogischen Formel A gibt es eine aussagenlogische Formel B mit $B \Rightarrow A$ und weder $B \Leftrightarrow A$ noch B ist unerfüllbar.

34. Zeigen Sie, dass die Definition der Wahrheitswertefunktion $\Phi = \Phi_\to : \{0,1\} \times \{0,1\} \to \{0,1\}$ sich zwingend aus folgenden Bedingungen ergibt:

1. $\Phi(x, y)$ hängt nicht nur von x oder nur von y ab.
2. $\Phi(x, y)$ ist nicht symmetrisch in x und y
3. $\Phi(1, 1) = 1$ und $\Phi(1, 0) = 0$

35. Zeigen Sie: In jedem Verband $(V, \wedge, \vee)$ gilt für alle $a, b \in V$

$$a \wedge b = a \Leftrightarrow a \vee b = b \tag{4}$$