

65. Bestimmen Sie die kritischen Punkte und ihren Typ für die folgenden Funktionen

(a) $f(x, y) = \sin(x) + \sin(y) + \sin(x + y), \quad 0 \leq x, y \leq 2\pi$

(b) $f(x, y) = 3x^2 - 2(y + 1)x + 3y - 1$

(c) $f(x, y) = x^3 + x^2 - 6xy + y^2 + x + 4y$

66. Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$xe^y + ye^x = 0$$

lokal um $(0, 0)$ nach y aufgelöst werden kann. Bestimmen Sie die ersten beiden Ableitungen der so gegebenen Funktion $y(x)$ and der Stelle $x = 0$.

67. Zeigen Sie, dass die Gleichungen

$$x \cos(z) + y \cos(x) + z \cos(y) = 0$$

$$\sin(x) + \sin(y) - \sin(z) = 0$$

lokal um $(0, 0, 0)$ nach y und z aufgelöst werden können. Bestimmen Sie $y'(0)$ und $z'(0)$ der so gegebenen Funktionen $y(x)$ und $z(x)$.

68. Berechnen Sie den kürzesten Abstand des Nullpunktes zur Hyperbel

$$x^2 + 8xy + 7y^2 - 225 = 0.$$

69. Bestimmen Sie drei Zahlen a, b, c , deren Summe gleich 90 und deren Quadratsumme minimal ist.