Analysis T1, 1. Test, 25. 11. 2004 Gruppe A

1. Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion für alle $n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{k\,(k-1)}{2} = \frac{(n+1)\,n\,(n-1)}{6}$$

2. Eine Folgen (a_n) ist rekursiv definiert über

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 \\ a_{n+1} &= \frac{a_n + 2}{a_n + 3} \quad \text{für} \;\; n \geq 1 \end{aligned}$$

   (a) Bestimmen Sie die Glieder a_2 bis a_5 der Folge

   (b) Überprüfen Sie die Folge auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

3. Überprüfen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

   (a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cdot 3^n}{n\,!}$$

   (b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+7}{n^3 - 4n^2 + 8n - 16}$$

Analysis T1,
1. Test, 25. 11. 2004
Gruppe B

1. Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion für alle $n \in \mathbb{N}_0$:

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{k\,(k+1)}{2} = \frac{n\,(n+1)\,(n+2)}{6}$$

2. Eine Folgen (a_n) ist rekursiv definiert über

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 \\ a_{n+1} &= \frac{a_n+3}{a_n+4} \quad \text{für} \quad n \geq 1 \end{aligned}$$

   (a) Bestimmen Sie die Glieder a_2 bis a_5 der Folge

   (b) Überprüfen Sie die Folge auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

3. Überprüfen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

   (a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 2^n}{n\,! \cdot 7^n}$$

   (b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-9}{3n^3+2n^2+n}$$