Analysis T2,
2. Test, 23. 6. 2005,
Gruppe A

1. **[7 Punkte]** Gegeben sei die Fläche

$$\mathcal{F}:\ z = 9 - x^2 - y^2,\ 0 \leq z \leq 5,$$

die so orientiert ist, dass die z-Komponente des Normalenvektors positiv ist. Bestimmen Sie für das Vektorfeld

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} x+y \\ y-x \\ xz \end{pmatrix}$$

das Oberflächenintegral

$$\iint_{\mathcal{F}} \vec{V} \cdot d\vec{o}$$

2. **[6 Punkte]** Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} -\pi - x & \text{für } -\pi < x < 0 \\ \pi - x & \text{für } 0 \leq x \leq \pi \end{cases} \qquad f(x \pm 2\pi) = f(x)$$

   (a) Untersuchen Sie die Symmetrieeigenschaften dieser Funktion und skizzieren Sie sie im Intervall $[-3\pi,\, 3\pi]$.

   (b) Entwickeln Sie f in eine Fourierreihe!

   (c) Vergleichen Sie die erhaltene Fourierreihe mit der Funktion f auf dem Intervall $[-3\pi,\, 3\pi]$.

3. **[6 Punkte]** Bestimmen Sie mittels Resiuentheorie das Integral

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 4x + 5}$$

Alle Rechenschritte sind anzugeben, alle Ergebnisse sind zu begründen!

Analysis T2,
2. Test, 23. 6. 2005,
Gruppe B

1. **[7 Punkte]** Gegeben sei die Fläche

$$\mathcal{F}: \ z = 9 - x^2 - y^2, \ 0 \le z \le 8,$$

   die so orientiert ist, dass die z-Komponente des Normalenvektors positiv ist. Bestimmen Sie für das Vektorfeld

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} x - y \\ y + x \\ xz \end{pmatrix}$$

   das Oberflächenintegral

$$\iint_{\mathcal{F}} \vec{V} \cdot d\vec{o}$$

2. **[6 Punkte]** Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} \pi + x & \text{für } -\pi < x \le 0 \\ -\pi + x & \text{für } 0 < x \le \pi \end{cases} \qquad f(x \pm 2\pi) = f(x)$$

   (a) Untersuchen Sie die Symmetrieeigenschaften dieser Funktion und skizzieren Sie sie im Intervall $[-3\pi, 3\pi]$.

   (b) Entwickeln Sie f in eine Fourierreihe! (Begründen Sie Ihre Vorgehensweise!)

   (c) Vergleichen Sie die erhaltene Fourierreihe mit der Funktion f auf dem Intervall $[-3\pi, 3\pi]$. (Hinweis: Dirichletsche Regel)

3. **[6 Punkte]** Bestimmen Sie mittels Resiuentheorie das Integral

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$$

Alle Rechenschritte sind anzugeben, alle Ergebnisse sind zu begründen!

Analysis T2, 2. Test, 30. 6. 2005, Ersatztermin

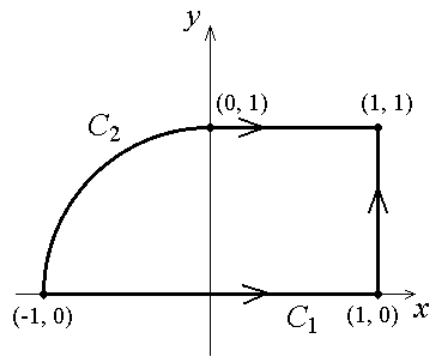
1. **[7 Punkte]** Gegeben seien die beiden Vektorfelder

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} \qquad \vec{W} = \begin{pmatrix} y \\ -x \end{pmatrix}$$

   Bestimmen Sie die vier Kurvenintegrale

$$\int_{C_1} \vec{V}\, d\vec{x}, \quad \int_{C_2} \vec{V}\, d\vec{x}, \quad \int_{C_1} \vec{W}\, d\vec{x}, \quad \int_{C_2} \vec{W}\, d\vec{x}$$

   für die rechts dargestellten Kurven C_1 und C_2 mit Anfangspunkt $(-1, 0)$ und Endpunkt $(1, 1)$.



2. **[6 Punkte]** Die Funktion f sei auf $(-\pi, \pi]$ gegeben durch

$$f(x) = \frac{\pi}{2} - |x|$$

   und 2π-perioisch fortgesetzt.

   (a) Untersuchen Sie die Symmetrieeigenschaften dieser Funktion und skizzieren Sie sie im Intervall $[-3\pi, 3\pi]$.

   (b) Entwickeln Sie f in eine Fourierreihe! (Begründen Sie Ihre Vorgehensweise!)

3. **[6 Punkte]** Bestimmen Sie mittels Resiuentheorie das Integral

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 2x + 2}$$

Alle Rechenschritte sind anzugeben, alle Ergebnisse sind zu begründen!